zu a) $f_t(x) = x \cdot (t - \boxed{\ln x)}$ $t \geq 0$

Wegen „ln x" muß gelten

$x > 0$

$$\boxed{D(f_t(x)) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}}$$

zu b) Wir bestimmen 3 Terme:

$f_t(x)$; $f_t(-x)$; $-f_t(x)$ und dann gilt

$\boxed{f_t(x) = f_t(-x)}$ → y-Achsensymmetrie

$\boxed{f_t(-x) = -f_t(x)}$ → Nullpunktsymmetrie

$f_t(x)$ s. oben

$f_t(-x) = -x \cdot (t - \ln(-x))$ nicht definiert

also kann schon keine der genannten Symmetrien vorliegen

$\boxed{\text{zu c}}$ Wir prüfen zu GEOGEBRA und lassen zeichnen!

$\boxed{\text{zu d}}$ Berechnung von $f_t'(x)$

Wir wählen die Produktregel

$$\boxed{f_t(x) = \underbrace{x}_{u} \cdot \underbrace{(t - \ln x)}_{v}}$$

$$f_t'(x) = \underbrace{1}_{u'} \cdot \underbrace{(t - \ln x)}_{v} + \underbrace{x}_{u} \cdot \underbrace{\left(0 - \frac{1}{x}\right)}_{v'}$$

$$= t - \ln x - 1$$

$$= \underline{\underline{-\ln x \boxed{+ t - 1}}}$$

Berechnung von $f_t''(x)$

$$\underline{\underline{f_t''(x)}} = -\frac{1}{x} + 0 - 0 = \boxed{\underline{\underline{-\frac{1}{x}}} \text{ (aha!)}}$$

Berechnung von $f_t'''(x)$

$$f_t'''(x) = \left[-x^{-1}\right]' = +1 \cdot x^{-2} = \boxed{\underline{\underline{\frac{1}{x^2}}} \text{ (aha!) } (+)}$$

Zu e) Wir untersuchen die Nullstellen

$$\boxed{f_t(x) = x \cdot (t - \ln x) \quad \begin{matrix} x > 0 \\ t \geq 0 \end{matrix}}$$

$$f_t(x) = 0 \iff x \cdot (t - \ln x) = 0$$

$$\iff \boxed{x = 0} \vee \boxed{t - \ln x = 0}$$

$\boxed{\begin{matrix} x = 0 \text{ entfällt, weil } D(f_t) = \mathbb{R}_{>0} \end{matrix}}$

$$\boxed{t - \ln x = 0} \iff \boxed{\ln x = t}$$

$$e^{\ln x} = e^t$$

$$\underline{\underline{x = e^t}}$$

Für jedes t ist $x = e^t$ Nullstelle; die Nullstellen der Schar sind von t abhängig!

(11) ~~Maxima~~

$\boxed{f'(x)=0 \text{ notw. Bed}}$

$f_t'(x) = \boxed{-\ln x + t - 1 = 0}$

$\Leftrightarrow \quad \ln x = t-1$

$\Leftrightarrow \quad x = e^{t-1}$

$\boxed{f'(x)=0 \wedge f''(x) \leq 0 \text{ hinr. Bed}}$

$$f_t''(x) = -\frac{1}{x}$$

$$f_t''(e^{1-t}) = -\underbrace{\frac{1}{\underbrace{e^{t-1}}_{>0}}}_{<0}$$

$\max(e^{1-t} \mid f_t(e^{1-t}))$ von t abhängig

(12) Minima?

$\boxed{\text{hinr. Bed.} \quad f'(x)=0 \wedge f''(x)>0}$

Die 2. Ableitung $l_t''(x) = -\frac{1}{x}$

ist für e^{1-t} [Nullstellen für $l_t'(x)$]

<u>immer</u> kleiner Null; also gibt es

keine Minima

(13) Wendepunkte

$\boxed{f''(x)=0 \quad \text{notw. Bed.}}$

$l_t''(x) = -\frac{1}{x} \neq 0$ für alle $x \in D(l)$

Es gibt keine Wendepunkte

(14) Sattelpunkte

Sattelpunkte sind Wendestellen mit horizontaler Wendetangente.

Keine Wendestellen, also auch keine Sattelstellen/-punkte.

Unterlagen und Lösungen vollständig und kostenlos als pdf-Datei auf meiner Homepage unt
https://www.raphael-biere.de

Meine Kanäle auf YOUTUBE:
Mathematik:
https://www.youtube.com/user/Mathematikaufgaben
Latein:
https://www.youtube.com/user/NachhilfeLatein

⑨ $\int f_t(x)\,dx$

$$= \int x \cdot (t - \ln x)\,dx$$

Wegen des Produktes wählen wir die „partielle Integration":

$$\int u' \cdot v = u \cdot v - \int u \cdot v'$$

$$\int \underset{v}{x} \cdot \underbrace{(t - \ln x)}_{u'}\,dx = \underbrace{[tx - (x \ln x - x)]}_{u} \cdot x - \int [tx - (x \ln x - x)] \cdot 1$$

und wir sehen:

das Restintegral ist viel komplizierter als das Ausgangsintegral, also „drehen wir das Produkt" herum....

$$\boxed{\int \underbrace{(t-\ln x)}_{v}\cdot \underbrace{x}_{u'}} = \underbrace{\tfrac{1}{2}x^2}_{u}\cdot \underbrace{(t-\ln x)}_{v} - \int \underbrace{\tfrac{1}{2}x^2}_{u}\cdot \underbrace{\left(0-\tfrac{1}{x}\right)}_{v'}$$

$$\boxed{\text{aha!}}$$

$$= \frac{1}{2}x^2(t-\ln x) - \boxed{\int -\frac{1}{2}x}$$

$$= \frac{1}{2}x^2(t-\ln x) + \frac{1}{2}\int x\,dx$$

$$= \frac{1}{2}x^2(t-\ln x) + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}x^2 + C$$

$$= x^2\cdot\left[\frac{1}{2}t - \frac{1}{2}\ln x + \frac{1}{2}\right] + C \quad ✓$$