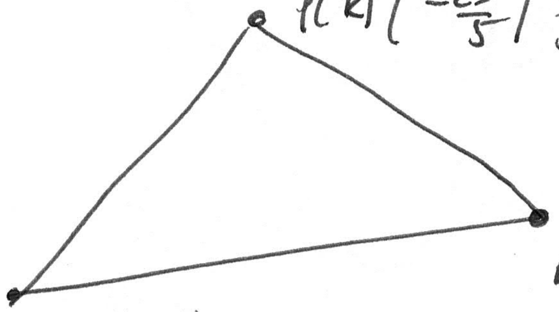
II $f(P) = \begin{pmatrix} -3/5 & 4/5 & 0 \\ 4/5 & 3/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9/5 \\ 12/5 \\ \boxed{2} \end{pmatrix}$

$f(Q) = \begin{pmatrix} -3/5 & 4/5 & 0 \\ 4/5 & 3/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11/5 \\ -2/5 \\ \boxed{2} \end{pmatrix}$

gleiche „x_3"-Koordinaten

$f(R) = \begin{pmatrix} -3/5 & 4/5 & 0 \\ 4/5 & 3/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -23/5 \\ 14/5 \\ \boxed{2} \end{pmatrix}$

$f(R)\left(-\frac{23}{5} \middle| \frac{14}{5} \middle| 2\right)$



$f(Q)\left(-\frac{11}{5} \middle| -\frac{2}{5} \middle| 2\right)$

$f(P)\left(-\frac{9}{5} \middle| \frac{12}{5} \middle| 2\right)$

$\overrightarrow{f(P)\,f(Q)} = \begin{pmatrix} -2/5 \\ -14/5 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{f(Q)\,f(R)} = \begin{pmatrix} -\frac{12}{5} \\ 16/5 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{f(R)\,f(P)} = \begin{pmatrix} \frac{14}{5} \\ -\frac{2}{5} \\ 0 \end{pmatrix}$

ebenfalls senkrecht zueinander

ebenfalls gleiche Länge

11b) $\boxed{E: \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{x} = 0} \Leftrightarrow \boxed{2x - y + 0z = 0}$

Sei $p \in E$ d.h. $\boxed{2p_1 - p_2 + 0p_3 = 0}$

$\Leftrightarrow \boxed{2p_1 = p_2}$

p_3 beliebig

$$\underline{\underline{f(p)}} = \begin{pmatrix} -3/5 & 4/5 & 0 \\ 4/5 & 3/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \boxed{\begin{pmatrix} p_1 \\ 2p_1 \\ p_3 \end{pmatrix}}$$

$$= \begin{pmatrix} -\frac{3}{5}p_1 + \frac{8}{5}p_1 \\ \frac{4}{5}p_1 + \frac{6}{5}p_1 \\ 0p_1 + 0 \cdot 2p_1 + p_3 \end{pmatrix}$$

$$= \boxed{\begin{pmatrix} p_1 \\ 2p_1 \\ p_3 \end{pmatrix}} = \underline{\underline{p}}$$

NEU!!!!NEU!
Die schriftlichen Unterlagen zu meinen Videos findet man auf
www.raphael-biere.de

Meine Kanäle auf YOUTUBE:
Mathematik:
https://www.youtube.com/user/Mathematikaufgaben
Latein:
https://www.youtube.com/user/NachhilfeLatein

$\boxed{4c}$

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ \vec{x} & \longrightarrow & A\,x \end{array}$$

Zur Bestimmung der Eigenwerte berechnen wir das „<u>charakteristische Polynom</u>“

$$\begin{vmatrix} -0{,}6 \boxed{-\lambda} & 0{,}8 & 0 \\ 0{,}8 & 0{,}6 \boxed{-\lambda} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \boxed{-\lambda} \end{vmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} = (-0{,}6-\lambda)\cdot & \begin{vmatrix} +0{,}6-\lambda & 0 \\ 0 & 1-\lambda \end{vmatrix} \\ -0{,}8\cdot & \begin{vmatrix} \cancel{-0{,}6-\lambda}\ 0{,}8 & 0 \\ 0 & 1-\lambda \end{vmatrix} \\ +\ 0\cdot & \begin{vmatrix} 0{,}8 & 0 \\ 0{,}6-\lambda & 0 \end{vmatrix} \end{aligned}\right\} \text{Entwicklung zur 1. Spalte}$$

Das seitenlange Vorrechnen darf ich aber ersparen; man erhält

$$\operatorname{Det} = 0 \iff \boxed{-(\lambda-1)(\lambda^2-1)=0}$$

$$\underline{\underline{\lambda_1 = +1}} \; ; \; \underline{\underline{\lambda_2 = -1}}$$

Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda = +1$

Es muß gelten

$$\boxed{A\vec{x} = \lambda \cdot \vec{x} \iff A\cancel{\vec{x}} = \lambda \cdot \vec{x}}$$

[so etwas Ähnliches hatten wir schon in (b)]

$$\begin{pmatrix} -3/5 & 4/5 & 0 \\ 4/5 & 3/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{x} = 1\vec{x}$$

$$\iff \boxed{\begin{pmatrix} -3/5\, x_1 + 4/5\, x_2 \\ 4/5\, x_1 + 3/5\, x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}} = \boxed{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}} \iff \left| \begin{array}{l} -\frac{8}{5}x_1 + \frac{4}{5}x_2 = 0 \\ \frac{4}{5}x_1 - \frac{2}{5}x_2 = 0 \\ 0 = 0 \end{array} \right| \left.\begin{array}{l} \\ \cdot 2 \end{array}\right] +$$

$$\iff \boxed{\left| \begin{array}{l} -\frac{8}{5}x_1 + \frac{4}{5}x_2 = 0 \\ \boxed{0 + 0 = 0} \\ \boxed{0 = 0} \end{array} \right|} \quad \begin{array}{l} 2x_1 = c \\ x_2 = c \\ x_3 \text{ beliebig} \end{array}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \middle| \begin{pmatrix} \frac{1}{2}c \\ c \\ x_3 \end{pmatrix} c \in \mathbb{R} \right\}$$

6

Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda = -1$

$$A\vec{x} = \lambda \vec{x} \Leftrightarrow A\vec{x} = -\vec{x}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -3/5 & 4/5 & 0 \\ 4/5 & 3/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x_1 \\ -x_2 \\ -x_3 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} -\frac{3}{5}x_1 + \frac{4}{5}x_2 = -x_1 \\ \frac{4}{5}x_1 + \frac{3}{5}x_2 = -x_2 \\ x_3 = -x_3 \end{array} \right| \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} \frac{2}{5}x_1 + \frac{4}{5}x_2 = 0 \\ \frac{4}{5}x_1 + \frac{8}{5}x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{array} \right|$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} 2x_1 + 4x_2 = 0 \\ 4x_1 + 8x_2 = 0 \\ x_3 = 0 \end{array} \right| \begin{array}{l} \cdot 2 \\ - \\ \end{array} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 2x_1 + 4x_2 = 0 \\ 0 = 0 \\ x_3 = 0 \end{array} \right|$$

$$\mathbb{L} = \left\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, \vec{x} = \begin{pmatrix} c \\ -\frac{1}{2}c \\ 0 \end{pmatrix} c \in \mathbb{R} \right\}$$

ud

$E: 2x_1 - x_2 + 0x_3 = c$

$\Leftrightarrow 2x_1 - x_2 = 0$

identisch

$\lambda = +1 \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 0.5c \\ c \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ Ebene

$\lambda = -1 \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} c \\ -1/2c \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} 1 \\ -0.5 \\ 0 \end{pmatrix}$ Gerade

NEU!!!!NEU!
Die schriftlichen Unterlagen zu meinen Videos findet man auf
www.raphael-biere.de

Meine Kanäle auf YOUTUBE:
Mathematik:
https://www.youtube.com/user/Mathematikaufgaben
Latein:
https://www.youtube.com/user/NachhilfeLatein