$\sqrt{2}$ ist irrational

Prinzip des <u>indirekten Beweises</u>:

Man nimmt das Gegenteil an, formt um und erhält letztendlich eine falsche Aussage.

<u>Annahme</u> $\sqrt{2}$ ist rational.

→ Dann ist $\sqrt{2}$ als „gekürzte"! Bruch darstellbar, z. B $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ [und p und q haben <u>keinen</u> (!) gemeinsamen Teiler!]

→ Dann ist auch $2 = \frac{p^2}{q^2}$

oder $2 \cdot q^2 = p^2 = p \cdot p$

→ Da „$2q^2$" durch 2 teilbar ist, muß auch „p" durch 2 teilbar sein, also z. B

$$p = 2r$$

→ Damit gilt aber

$$\begin{aligned} q^2 &= \frac{1}{2} p^2 \\ &= \frac{1}{2} [2r]^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 4r^2 \\ &= 2r^2 \end{aligned}$$

→ Wenn aber $q^2 = 2r^2$ ist, dann

muß q^2 durch „2" teilbar sein. [weil ja

$2r^2$ durch 2 teilbar ist]

→ Dann muß aber auch „q" durch 2 teil

bar sein

[und weiter oben stand schon „p ist durch 2

teilbar]

→ Wir haben also

„p und q sind durch 2 teilbar"

FALSCHE AUSSAGE, weil wir p und

q als teilerfremd angenommen haben

Also ist die Aussage

$\boxed{\sqrt{2} \text{ ist rational}}$ falsch.

Also ist $\sqrt{2}$ irrational.