

Alternativtest

"Entscheidungsproblem"

Beispiel Der bekannte Schraubenproff handelt verkauft Schrauben in Kisten, A-Ware $P_{\text{defekt}} = 0.1$, B-Ware $P_{\text{defekt}} = 0.4$.

Ein Kiste voller Schrauben kommt unklarheit aus: was tun?

Wir legen fest:

- "Nullhypothese H_0 ": "Die Schrauben sind A-Ware" $p_0 = 10\%$
- "Alternativhypothese H_1 ": "Die Schrauben sind B-Ware" $p_1 = 40\%$
- Stichprobenumfang: $n = 10$ [willkürlich gewählt]
- $X \hat{=}$ "defekte Schrauben" ist - annähernd! - binomialverteilt
- Gesamtbestand: $\{0; 1; 2; 3; 4; \dots; 10\}$
mögliche Anzahl defekter Schrauben

H_0 mit $p_0 = 0,1$ und $n = 10$: $\mu = E(X) = n \cdot p_0 = 1$

H_1 mit $p_1 = 0,4$ und $n = 10$: $\mu = E(X) = n \cdot p_1 = 4$

$$A = \{ \underbrace{0; 1; 2}_{A_{H_0}}; \underbrace{3; 4; 5; \dots; 9; 10}_{A_{H_1}} \}$$

Kriterium f. d. "Zwischenbereich"

Ist $p_0 < p_1$ [ja!], so ist k die grösste Zahl, für die gilt

$$P_{p_0}(X=k) \geq P_{p_1}(X=k)$$

Tabelle

k	$P_{p_0}(X=k)$	$P_{p_1}(X=k)$
1	0,39	0,04
2	0,19	0,12
3	0,06	0,22

$\rightarrow k=2$

$$\Rightarrow A = \{ \underbrace{0; 1; 2}_{A_{H_0} = \bar{A}_{H_1}}; \underbrace{3; 4; 5; \dots; 9; 10}_{\bar{A}_{H_0} = A_{H_1}} \}$$

②

Schlussbemerkung: Nichtsdestotrotz ist weiterhin denkbar

→ Man entscheidet sich gegen die Nullhypothese, aber sie ist korrekt
(„Fehler 1. Art“)

AD

$$\alpha = P_{p_0}(X > 2) \\ = 1 - P_{p_0}(X \leq 2) \stackrel{TR}{\approx} 0,07 = \underline{\underline{7\%}}$$

→ Man entscheidet sich für die Nullhypothese, aber sie ist falsch.

(„Fehler 2. Art“)

$$\beta = P_{p_1}(X \leq 2) \approx 0,17 = \underline{\underline{17\%}}$$

allgemein: Ist $p_0 < p_1$, so sind die Fehler 1. Art umso kleiner, je größer K gewählt

Denkbare „Manipulationen“ → Veränderung von K
→ Veränderung von n

Alternativtest

"Entscheidungsproblem"

Beispiel Der bekannte Schraubenproduzent verkauft Schrauben in Kisten, A-Ware $P_{\text{defekt}} = 0.1$,

B-Ware $P_{\text{defekt}} = 0.4$.

Ein Kiste voller Schrauben kommt unklarheit aus: was tun?

Wir legen fest:

- "Nullhypothese H_0 ": "Die Schrauben sind A-Ware" $p_0 = 10\%$
- "Alternativhypothese H_1 ": "Die Schrauben sind B-Ware" $p_1 = 40\%$
- Stichprobenumfang: $n = 10$ [willkürlich gewählt]
- $X \hat{=}$ "defekte Schrauben" ist -annähernd!- binomialverteilt
- Gesamtbestand: $\{0; 1; 2; 3; 4; \dots; 10\}$
mögliche Anzahl defekter Schrauben

H_0 mit $p_0 = 0,1$ und $n = 10$: $\mu = E(X) = n \cdot p_0 = 1$

H_1 mit $p_1 = 0,4$ und $n = 10$: $\mu = E(X) = n \cdot p_1 = 4$

$$A = \{ \underbrace{0; 1; 2}_{A_{H_0}}; \underbrace{3; 4; 5; \dots; 9; 10}_{A_{H_1}} \}$$

Kriterium f. d. "Zwischenbereich"

Ist $p_0 < p_1$ [ja!], so ist k die größte Zahl, für die gilt

$$P_{p_0}(X=k) \geq P_{p_1}(X=k)$$

Tabelle

k	$P_{p_0}(X=k)$	$P_{p_1}(X=k)$
1	0,39	0,04
2	0,19	0,12
3	0,06	0,22

$\rightarrow k=2$

$$\Rightarrow A = \{ \underbrace{0; 1; 2}_{A_{H_0} = \bar{A}_{H_1}}; \underbrace{3; 4; 5; \dots; 9; 10}_{\bar{A}_{H_0} = A_{H_1}} \}$$

②

Schlussbemerkung: Nichtsdestotrotz ist weiterhin denkbar

→ Man entscheidet sich gegen die Nullhypothese, aber sie ist korrekt
(„Fehler 1. Art“)

AD

$$\alpha = P_{p_0}(X > 2) \\ = 1 - P_{p_0}(X \leq 2) \stackrel{TR}{\approx} 0,07 = \underline{\underline{7\%}}$$

→ Man entscheidet sich für die Nullhypothese, aber sie ist falsch.

(„Fehler 2. Art“)

$$\beta = P_{p_1}(X \leq 2) \approx 0,17 = \underline{\underline{17\%}}$$

allgemein: Ist $p_0 < p_1$, so sind die Fehler 1. Art umso kleiner, je größer K gewählt

Denkbare „Manipulationen“ → Veränderung von K
→ Veränderung von n