Kurvendiskussion $f(x) = x \cdot \ln(x^2)$

4.15

1. Grafik mit Geogebra
2. Definitionsbereich und Grenzwerte
3. Ableitungen $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$
4. Maxima und Minima von $f(x)$
5. Wendepunkte von $f(x)$
6. Gleichung der Wendetangente

$\boxed{\text{zu 1}}$ Grafik mit GEOGEBRA

$\boxed{\text{zu 2}}$ $f(x) = x \cdot \ln(x^2)$

„$\ln(x)$" ist nur für positive x definiert,

x^2 ist <u>stets</u> positiv, nur nicht für $x=0$

$\ln(0)$ ist <u>nicht</u> definiert

$D(f) = \mathbb{R}^{\neq 0}$, $f(x)$ hat in $x=0$

eine „Lücke". [Unstetigkeitsstelle, siehe auch meine Playlists]

Es ergeben sich daher folgende Grenzwerte <u>aus der Grafik folgt</u>

(a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

(b) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

(c) $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = 0$

(d) $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = 0$

Zusatz [gehört i. A. nicht zur Standardkurvendiskussion]

Wir fügen den „fehlenden Punkt" (0|0) per definitionem ein und erhalten eine neue Funktion

$$\boxed{f_{neu}(x) = \begin{cases} x \cdot \ln(x^2) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}}$$

$\boxed{\text{zu3}}$

$$f(x) = \underbrace{x}_{u} \cdot \underbrace{\ln(x^2)}_{v}$$

$$u' = 1$$

$$v' = \underbrace{2x}_{\text{innere Abl}} \cdot \underbrace{\frac{1}{x^2}}_{\text{äuß Abl}} = \frac{2}{x} \qquad x \neq 0$$

$$f'(x) = 1 \cdot \ln(x^2) + x \cdot \frac{2}{x}$$

$$= \underline{\underline{\ln(x^2) + 2}}$$

$$f''(x) = \underbrace{2x}_{\text{innere Abl}} \cdot \underbrace{\frac{1}{x^2}}_{\text{äuß Abl}} + 0 = \underline{\underline{\frac{2}{x}}} = 2x^{-1}$$

$$f'''(x) = (-1) \cdot 2 \cdot x^{-2} = \underline{\underline{\frac{-2}{x^2}}}$$

$\boxed{2u4}$ notw. Bed. f Extrema

$$\boxed{f'(x)=0}$$

$$\ln(x^2)+2=0 \quad | -2$$

$$\ln(x^2)=-2 \quad | e^{()}$$

$$e^{\ln x}=x$$

$$\ln(e^x)=x$$

$$e^{\ln(x^2)}=e^{-2}$$

$$x^2=e^{-2} \quad | \sqrt{}$$

$$x_1=+\sqrt{e^{-2}} \approx$$

$$x_2=-\sqrt{e^{-2}} \approx$$

hinr. Bed. für Extrema

$$f'(x)=0 \wedge f''(x)\neq 0$$

$$f''(+\sqrt{e^{-2}})=\frac{2}{\sqrt{e^{-2}}}>0 \Rightarrow \underbrace{\left(\sqrt{e^{-2}} \,\middle|\, f(\sqrt{e^{-2}})\right)}_{\text{Mini}}$$

$$f''(-\sqrt{e^{-2}})=\cancel{}<0 \Rightarrow \underbrace{\left(-\sqrt{e^{-2}} \,\middle|\, f(-\sqrt{e^{-2}})\right)}_{\text{Maxi}}$$

$$=\frac{-2}{\sqrt{e^{-2}}}$$

$\boxed{\text{zu } 5}$ notw. Bed. $f''(x) = 0$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{2}{x} = 0 \quad ↯$$

unmöglich

$\boxed{\text{zu } 6}$ Da es keinen WP gibt, gibt's auch keine Wendetangente.

www.raphael-beine.de