

Kurvendiskussionen $f(x) = x \cdot \ln(x^2)$

4/15

- ① Grafik mit Geogebra
- ② Definitionsbereich und Grenzwerte
- ③ Ableitungen $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$
- ④ Maxima und Minima von $f(x)$
- ⑤ Wendepunkte von $f(x)$
- ⑥ Ordnung der Wendepunkte

Zu 1 Graphik mit GEOGEBRA

Zu 2 $f(x) = x \cdot \ln(x^2)$

" $\ln(x)$ " ist nur für positive x definiert,
 x^2 ist stets positiv, nur nicht für $x=0$

$\ln(0)$ ist nicht definiert

$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $f(x)$ hat in $x=0$
eine "Lücke". [Unstetigkeitsstelle, siehe
auch meine Playlists]

Es ergeben sich daher folgende

Grenzwerte

aus der Graphik folgt

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$= +\infty$

(b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$= -\infty$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

$= 0$

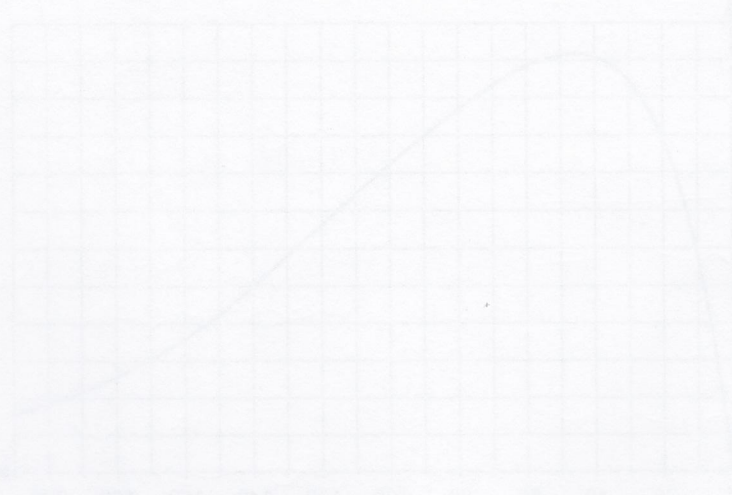
(d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

$= 0$

Zusatz [gehört i. d. nicht zur
Standard Kurvendiskussion]

Wir fügen dem „falschen“ Punkt
(0/0) „per definitionem“
ein und erhalten eine neue
Funktion

$$f_{\text{neu}}(x) = \begin{cases} x \cdot \ln(x^2) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$



zu 3

$$f(x) = \underbrace{x}_u \cdot \underbrace{\ln(x^2)}_v$$

$$u' = 1$$

$$v' = \underbrace{2x}_{\text{innere Abl}} \cdot \underbrace{\frac{1}{x^2}}_{\text{äußere Abl}} = \frac{2}{x} \quad x \neq 0$$

$$f'(x) = 1 \cdot \ln(x^2) + x \cdot \frac{2}{x} \\ = \underline{\underline{\ln(x^2) + 2}}$$

$$f''(x) = \underbrace{2x}_{\text{innere Abl}} \cdot \underbrace{\frac{1}{x^2}}_{\text{äußere Abl}} + 0 = \underline{\underline{\frac{2}{x}}} = 2x^{-1}$$

$$f'''(x) = (-1) \cdot 2 \cdot x^{-2} = \underline{\underline{\frac{-2}{x^2}}}$$

204) min. Zee f. Extrema

$$f'(x) = 0$$

$$\ln(x^2) + 2 = 0 \quad | -2$$

$$\ln(x^2) = -2 \quad | e^{(\cdot)}$$

$$e^{\ln(x^2)} = e^{-2}$$

$$\rightarrow x^2 = e^{-2}$$

$$x_1 = +\sqrt{e^{-2}} \approx$$

$$x_2 = -\sqrt{e^{-2}} \approx$$

min. Zee. f. v. Extrema

$$f'(x) = 0, \quad f''(x) \neq 0$$

$$f''(+\sqrt{e^{-2}}) = \frac{2}{\sqrt{e^{-2}}} > 0 \Rightarrow \underbrace{(\sqrt{e^{-2}} / f(\sqrt{e^{-2}}))}_{\text{Mini}}$$

$$f''(-\sqrt{e^{-2}}) = \frac{-2}{\sqrt{e^{-2}}} < 0 \Rightarrow \underbrace{(-\sqrt{e^{-2}} / f(-\sqrt{e^{-2}}))}_{\text{Maxi}}$$

zu 5) molwe Bed $f''(x) = c$

$$\Leftrightarrow \frac{z}{x} = 0 \quad \downarrow$$

unmöglich

zu 6) Da es keine WP gibt, gibt es auch keine Wendetangente.

Wur. raphael - beive. dp