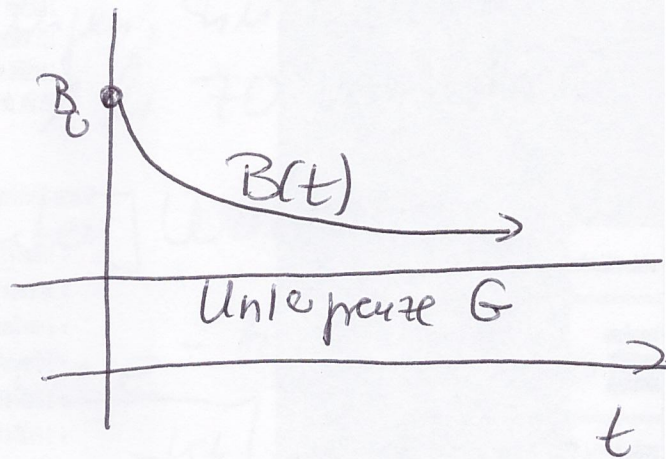
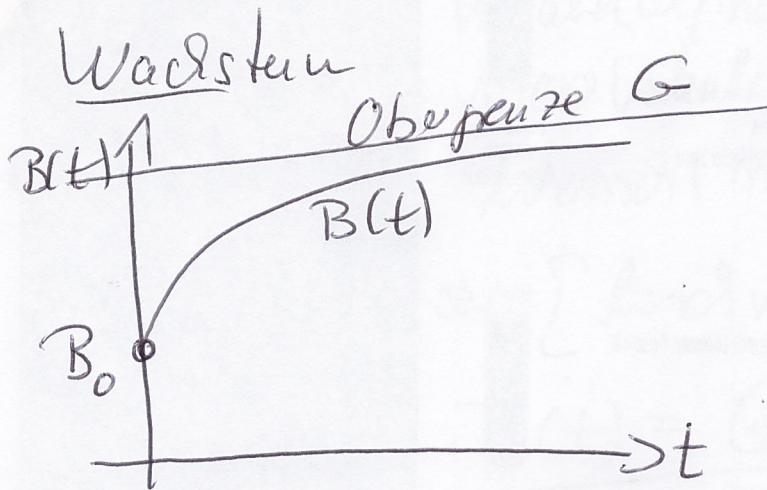


Begrenztes Wachstum / begrenzter Zerfall



Wachstums / Zerfallsfunktion

$$B(t) = G - c \cdot e^{-kt} \quad c > 0$$

oder die zugehörige Differentialgleichung:

$$B'(t) = b \cdot [G - B(t)]$$

Zielpale Die Schüler eines Sprachkurses haben keine Vorkenntnisse, die maximale Vokabelaufnahme soll theoretisch bei 1000 Vokabeln liegen. Ein Testnehmer lernt nach 1 h 70 Vokabeln.

(a) Ermitteln Sie die [beschriebenen] Wortsternes fkt

Ausatz $B(t) = G - c \cdot e^{-kt}$ $G = 1000$

$$B(t) = 1000 - c \cdot e^{-kt}$$

$$70 = 1000 - c \cdot e^{-k \cdot 1}$$

$$-930 = -c \cdot e^{-k}$$

$$\begin{array}{r} B(1) = 70 \\ -1000 \\ \hline \end{array}$$

$$0 = G - c \cdot e^{-k \cdot 0}$$

$$0 = 1000 - c \cdot e^0$$

$$0 = 1000 - c$$

$$c = 1000$$

$$B_0 = B(0) = 0$$

k

$$-930 = -1000 \cdot e^{-k} \quad | : -1000$$

$$\frac{93}{100} = e^{-k} \quad | \ln$$

$$\ln(0,93) = \ln(e^{-k}) = -k$$

$$-0,07 = -k$$

$$k = 0,07$$

$$B(t) = 1000 - 1000 \cdot e^{-0,07 \cdot t}$$

2. Beispiel

Heiße Körper geben Wärme ab und kühlen so im Laufe der Zeit aus; die Temperatur des Körpers kann nicht niedriger werden als die Umgebungstemperatur

Isaac Newton [1643-1727]:

$$T(t) = T_u + c \cdot e^{-kt}$$

\uparrow Körpertemp \uparrow Umgebungstem $\rightarrow c = T_0 - T_u$
 \uparrow Anfangstemp

Die Temp. eines Flüssigkeitskörpers fällt innerhalb von 2 min von 98°C auf 88°C . Welche Temp. hat das Gebraut nach 20 min, wenn $T_u = 20^\circ\text{C}$ ist!

Ausatz $T(t) = T_u + c \cdot e^{-kt}$

$$T(t) = 20 + c \cdot e^{-kt}$$

$$T(0) = 98 \quad T(2) = 88$$

Ermittlung der Funktion

$$T(0) = 98 = 20 + c \cdot \underbrace{e^{-k \cdot 0}}_{=1} \quad | -20$$
$$\underline{78 = c}$$

$$T(2) = 88 = 20 + 78 \cdot e^{-k \cdot 2} \quad | -20$$
$$68 = 78 \cdot e^{-2k} \quad | : 78$$

$$\frac{68}{78} = e^{-2k} \quad | \ln$$

$$\ln\left(\frac{68}{78}\right) = -2k \quad | : (-2)$$

$$k = -\frac{1}{2} \ln \frac{68}{78}$$

$$k \approx 0,067$$

$$T(t) = 20 + 78e^{-0,067t}$$

Temp nach 20 min

$$T(20) = 20 + 78e^{-0,067 \cdot 20}$$

$$T(20) \approx 40,42 [^{\circ}\text{C}]$$

Theoretisches Popul

Durch BGT-10-8e^{-0,2t} und ein Wachstumsprozess / Zerfallsprozess beschreiben.

- Zachwernde Darstellung mit Beoplra
- Zestimme Anfang- und Endbestand
- Nach welcher Zeit hat sich der ^{Anfang-} Bestand verdoppelt?
- Zestimme die Wachstumsgeschwindigkeit am Anfang und "fast am Ende".

Zua

Zub

$$f(0) = 10 - 8 \cdot \underbrace{e^{-0,2 \cdot 0}}_{=1} = 2$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left[10 - \underbrace{8 \cdot e^{-0,2t}}_{\rightarrow 0} \right] = \underline{\underline{10}}$$

