446

$f_c(x) = c + c \cdot \cos(x)$ mit $-\pi \leq x \leq \pi$

$c > 0$

(a) Graphische Darstellung mit GEOGEBRA

(b) Untersuchung auf Extrema

(c) Berechnung des Wendepunktes für $x > 0$ und der Gleichung der Wendetangente(n): eine genügt

(d) Sei $P(p_1|p_2)$ ein Punkt auf $f_2(x)$. Zeichne den folgenden Sachverhalt: Für $0 < p_1 < \pi$ bilden die ~~Koordin~~ Parallelen zu den Koordinatenachsen durch P und die Koordinatenachsen selbst ein Rechteck: Für welchen Wert von $p_1$ ist der Rechtecksumfang extremal?

a) Grafik s. Geogebra

b) $f_c(x) = c + c \cdot \cos(x) \quad -\pi \leq x \leq \pi \quad c > 0$

$f_c'(x) = 0 - c \cdot \sin(x)$

<u>notw. Bed.</u> $f'(x) = 0$

$\Leftrightarrow \quad -c \cdot \sin x = 0 \quad | : -c$

$\sin x = 0 \quad \underline{\underline{x = 0}}$

$\underline{\underline{x = \pi}}$

$\underline{\underline{x = -\pi}}$

$f_c''(x) = -c \cdot \cos(x)$

$f_c''(0) = -c \cdot \cos(0) = -c$ stets $< 0$

also Maxi für alle c

$f_c''(\pi) = -c \cdot \cos(\pi) = -c \cdot (-1) = c > 0$ Mini

$f_c''(-\pi) = -c \cdot \cos(-\pi) = -c \cdot (-1) = c > 0$ Mini

Maxi $(0 | f_c(0))$

Mini $(\pi | f_c(\pi)) \,|\, (-\pi | f_c(-\pi))$

c) Wendepunkt

$$f_c''(x) = -c \cdot \cos(x) = 0 \quad | : -c$$

$$\Leftrightarrow \cos(x) = 0 \quad \text{auf } -\pi \leq x \leq \pi$$

$$x_1 = +\frac{\pi}{2} \quad x_2 = -\frac{\pi}{2}$$

$$f_c'''(x) = c \cdot \sin x$$

$$f_c'''\left(\frac{\pi}{2}\right) \neq 0 \quad f_c'''\left(-\frac{\pi}{2}\right) \neq 0 \Rightarrow$$

Wendepunkte bei $\left(\frac{\pi}{2} \middle| f_c\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$

$\left(-\frac{\pi}{2} \middle| f_c\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$

Wir wählen

$$WP\left(\frac{\pi}{2} \middle| f_c\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) = \left(\frac{\pi}{2} \middle| c\right)$$

$$f_c\left(\frac{\pi}{2}\right) = c + c \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= c + c \cdot 0$$

$$= c$$

447 Wendetangentenansatz

$$y = m \cdot x + n \quad \text{mit} \quad m = f_c^{1s}\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$f_c'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -c \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= -c \cdot 1 = \boxed{-c = m}$$

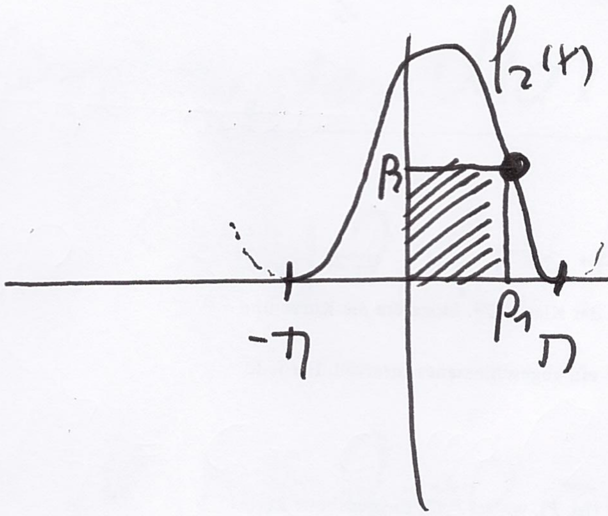
also $y = -c \cdot x + n \quad P\left(\frac{\pi}{2} \middle| c\right)$

$$c = -c \cdot \frac{\pi}{2} + n \quad \left| + c \cdot \frac{\pi}{2}\right.$$

$$n = c + c \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$y = -c \cdot x + \left[c + c \cdot \frac{\pi}{2}\right]$$

d)




$l_c(x) = c + c \cdot \cos x$

$l_2(x) = 2 + 2 \cdot \cos x$

Extremalaufgaben siehe auch meine Videos.

<u>Was soll maximal werden?</u> $U = 2p_1 + 2p_2$ $0 < p_1$

<u>Nebenbedingung</u> $(p_1 | p_2)$ auf $l_2(x) = 2 + 2\cos x$

also $p_2 = 2 + 2\cos p_1$

<u>Einsetzen</u> $U(p_1, p_2) = 2p_1 + 2p_2$

$= 2p_1 + 2\left[2 + 2\cos p_1\right]$

$= 2p_1 + 4 + 4\cos p_1$

$= U(p_1)$

Wir berechnen das Maximum von

$$U(p_1)=2p_1+4+4\cos p_1 \quad 0<p_1<\pi$$

notw. Bed.

$$U'(p_1)=2+0-4\sin p_1=0$$

$$2=4\sin p_1$$

$$\sin p_1=0{,}5 \quad \text{auf } 0<p_1<\pi$$

$$p_1=0{,}53$$

$$[p_2=2{,}612]$$

hinr. Bed.

$$f'(x)=0 \wedge f''(x)\neq 0$$

$$U''(p_1)=-4\cos p_1$$

$$U''(0.53)<0 \text{ Maxi}$$

$$U''(2.61)>0 \text{ Min}$$

$$p_1\approx 0{,}53 \quad p_2=2+2\cdot\cos 0.53$$

$$\approx 3{,}73$$

$$U=2p_1+2p_2\approx 8.52$$

Ausblick arcus-Funktionen