Nachtrag

503 + Polark

61

Simpsonregel

$$S_n = \frac{b-a}{2n} \cdot \left[y_0 + 2y_1 + \ldots + 2y_{n-1} + y_n \right] \quad || \quad T_n = 2\,\frac{b-a}{n}\left[y_1 + y_3 + \ldots + y_{n-1} \right]$$

<u>Simpsonregel</u> $K_n = \frac{1}{3} \cdot (2S_n + T_n)$

ausgeschrieben:

$$\frac{1}{3}\cdot\left(2S_n+T_n\right)=\frac{1}{3}\cdot\left[\underbrace{\cancel{2}\cdot\left\{\frac{b-a}{\cancel{2}n}\left(y_0+2y_1+\dots+2y_{n-1}+y_n\right)\right\}}_{2S_n}+\underbrace{2\cdot\frac{b-a}{n}\cdot\left[y_1+y_3+\dots+y_{n-1}\right]}_{T_n}\right]$$

0/2

$$=\frac{1}{3}\cdot\frac{b-a}{n}\cdot\left[y_0+2y_1+\dots+2y_{n-1}+y_n+2y_1+2y_3+\dots+2y_{n-1}\right]$$

$$=\frac{b-a}{3n}\cdot\left[\left(y_0+y_n\right)+4\cdot\underbrace{\left(y_1+y_3+\dots+y_{n-1}\right)}_{\text{ungeraden}}+2\cdot\underbrace{\left(y_2+y_4+\dots+y_{n-2}\right)}_{\text{geraden}}\right]$$

weil es bei „T_n" eine gerade Anzahl von Intervallen war, muß auch bei K_n eine gerade Anzahl von Intervallen vorliegen.

Für $n=2$ folgt aus dieser „Simpsonregel" die Keplersche Faßregel.

Fragen??? Wünsche??? Anregungen???

....

Wer Fragen, Wünsche, Anregungen...hat, schreibt zum Video ein Posting oder schickt mir eine Mail unter

nachhilfelatmath@gmail.com

Unterlagen zu meinen Mathe- und Lateinvideos findet man auf

www.raphael-biere.de

als kostenlosen pdf-Download.

Die Playlist meiner Lateinvideos findet man hier:

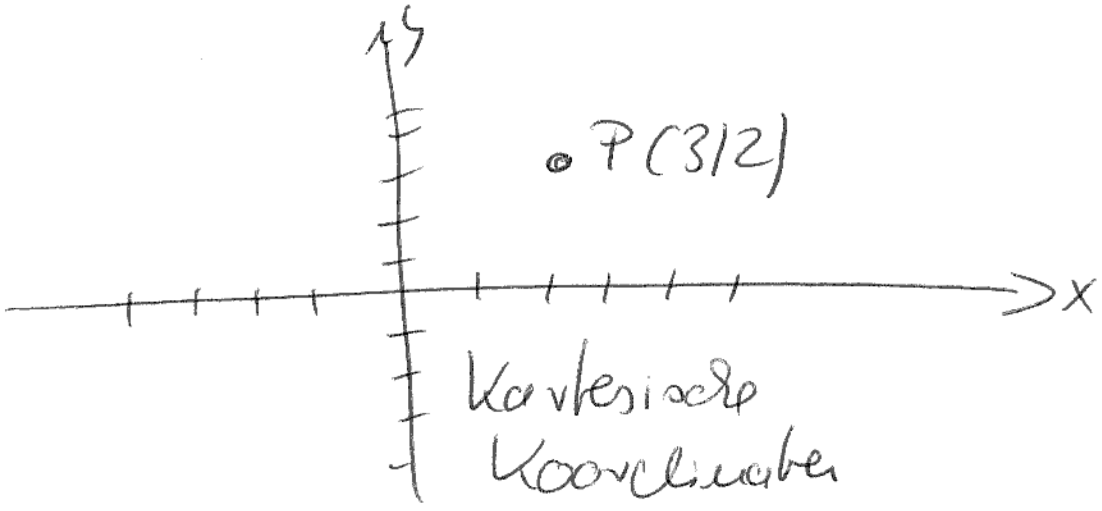
https://www.youtube.com/user/NachhilfeLatein/playlists

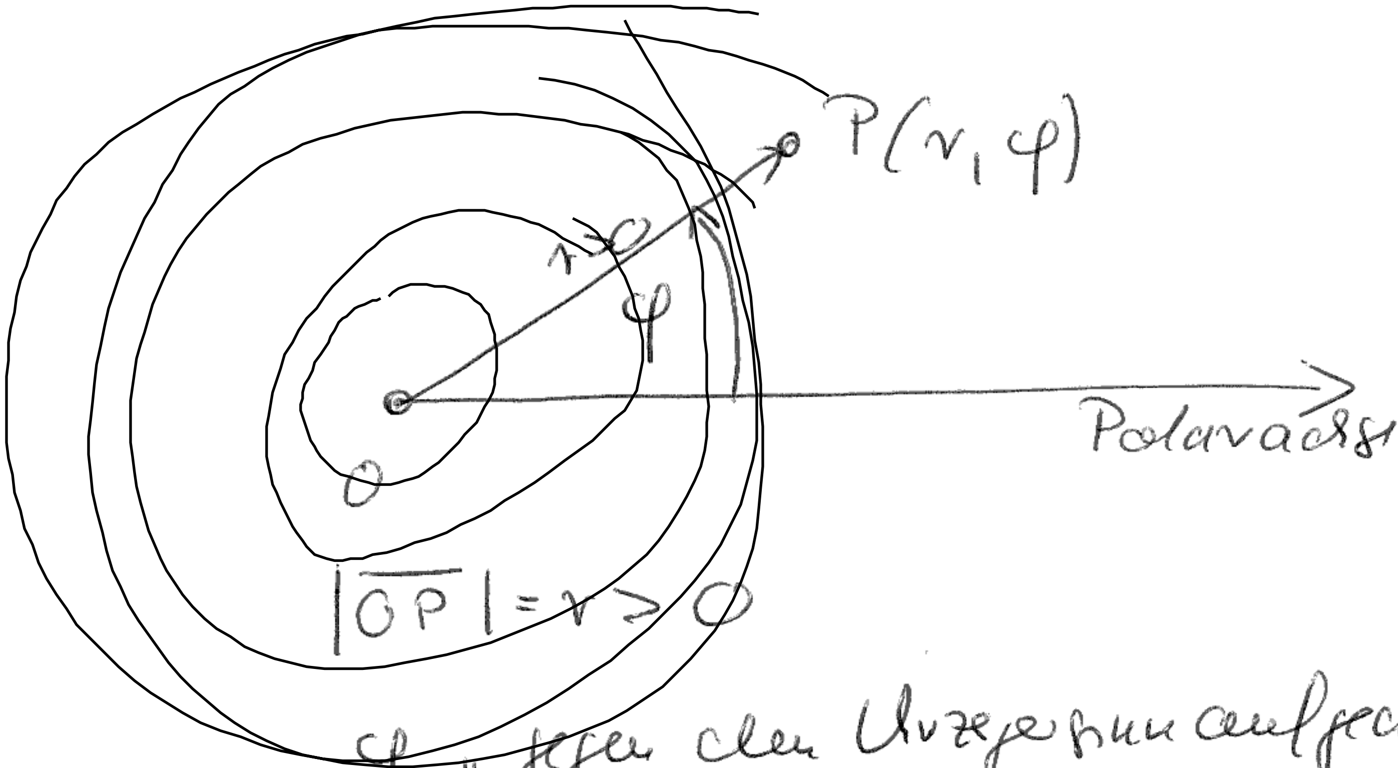
Zur Playlist meiner vielen Mathevideos geht es hier lang:

https://www.youtube.com/user/Mathematikaufgaben/playlists

Polarkoordinaten 1

504





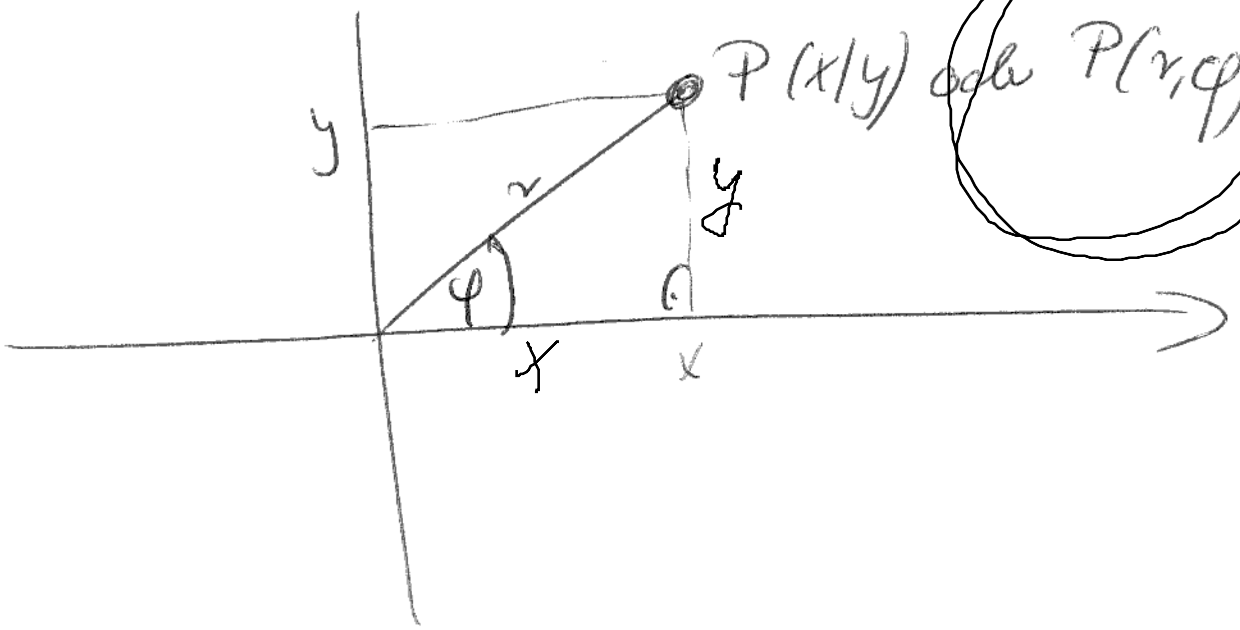
φ „gegen den Uhrzeigersinn aufgetragen"

mit i. A. $\varphi \in [0; 2\pi[$ oder

$\varphi \in [0°; 360°[$

Zusammenhang

Kartesische Koordinaten – Polarkoo



Polarkoordinaten $\xrightarrow{\text{in}}$ Kartesische Koo

gegeben: φ, r $\longrightarrow$ $\sin\varphi = \frac{y}{r}$

also $y = r \cdot \sin\varphi$

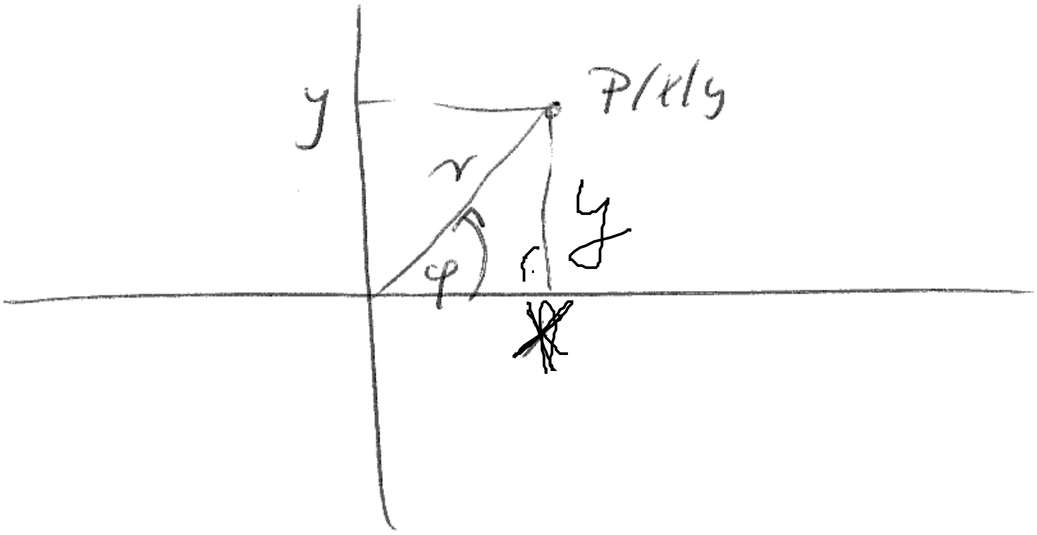
$\cos\varphi = \frac{x}{r}$

also $x = r \cdot \cos\varphi$

Leider ist der „andere" Weg komplizierter:

Kartesische Koord. $\xrightarrow{\text{in}}$ Polarkoord.

gegeben: x, y $\longrightarrow$ gesucht: φ, r



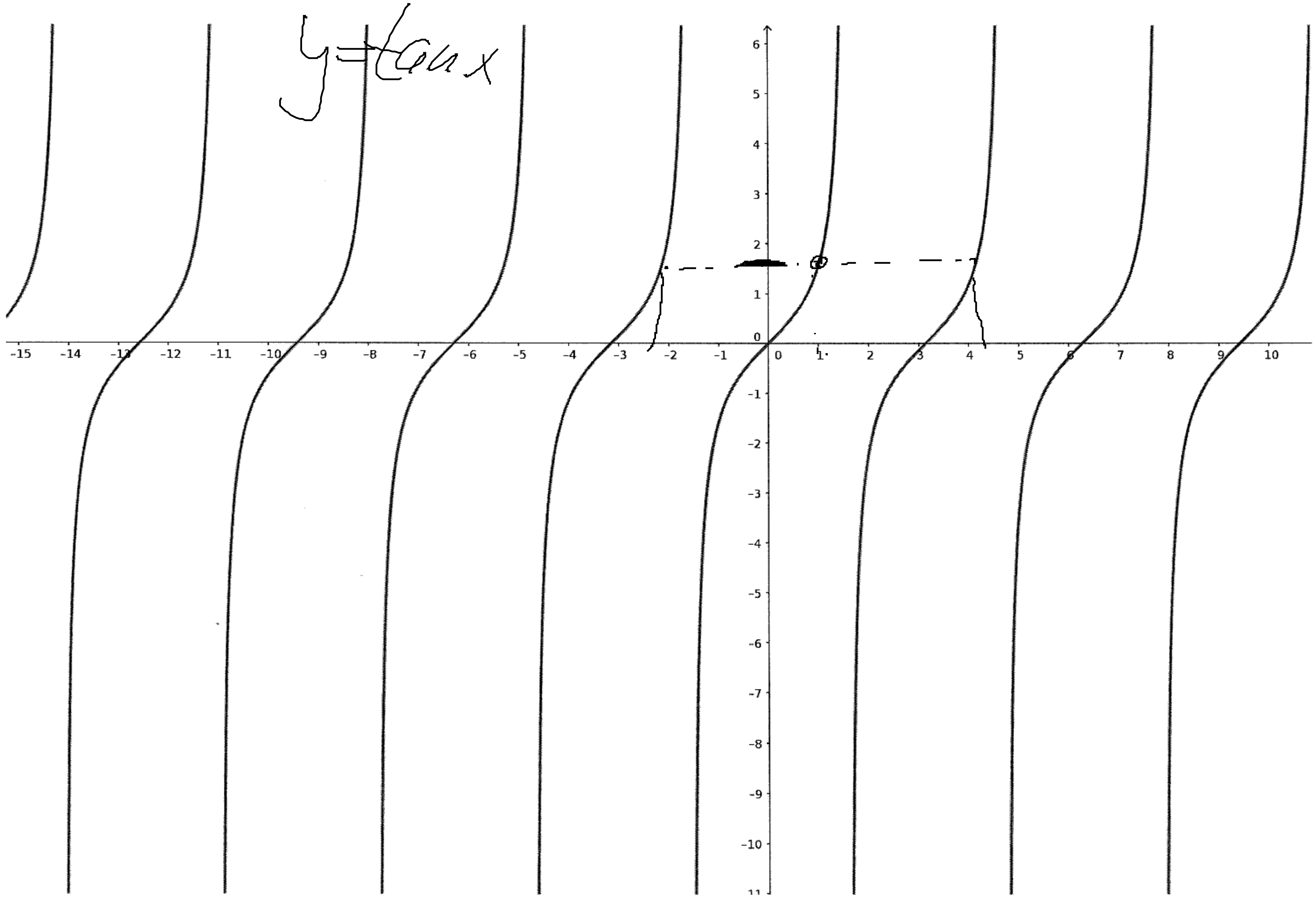
Es gilt $r^2 = x^2 + y^2$

$\Rightarrow r = \sqrt{x^2+y^2}$

eindeutig wg. $r > 0$

__aber__ $\tan\varphi = \frac{y}{x}$

$\Rightarrow$ ~~$\varphi = \arctan \frac{x}{y}$~~

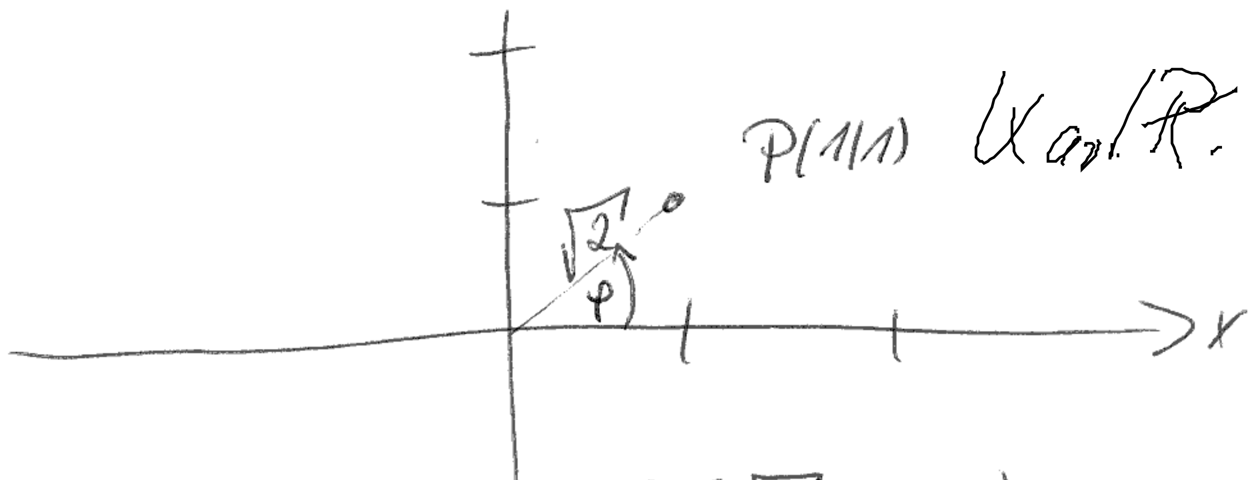


y = tan x
-15
-14
-13
-12
-11
-10
-9
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
6
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-8
-9
-10
-11

3/4

Die Gleichung $\tan\varphi = \frac{y}{x}$ hat unendlich viele Lösungen, auch bei Beschränkung auf $[0, 2\pi[$ bzw $[0; 360°[$ bleiben noch 2 Lösungen, die sich um $180°$ unterscheiden.

Beispiel



$P(\sqrt{2}; 45°)$ oder

$P(\sqrt{2}; \frac{\pi}{4})$

Polarkoordinaten 2 505

„Kurvengleichungen"

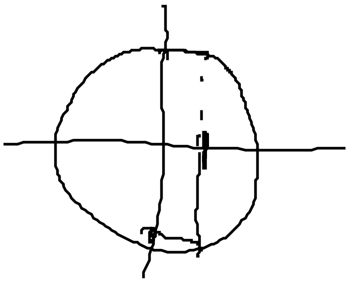
in der Schule $f(x)=x^2$ oder

$y=x^2$

Funktions(!)gleichung, explizit

d.h. nach y aufgelöst

oder



$x^2+y^2=1$ [K(r=1, M(0|0))]

„Relations"(!)gleichung implizit,

nicht nach y aufgelöst

$y^2=1-x^2 \quad |\sqrt{\ }$

$y = \pm\sqrt{1-x^2}$

$y_c = c \cdot x^2$

$f_c(x) = c \cdot x^2$

Parameterdarstellung von Kurven

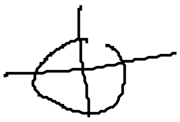
(nicht zu verwechseln mit „Parameteraufgabe")

in der Schule		Parameterdarstellung
$f(x) = x^2$ oder $y = x^2$	$\longrightarrow$	(t, t^2) oder $P(t \mid t^2)$ oder $P(t) = (t, t^2)$

$$\boxed{x^2 + y^2 = 1} \longrightarrow \boxed{P = (\cos t, \sin t)}$$

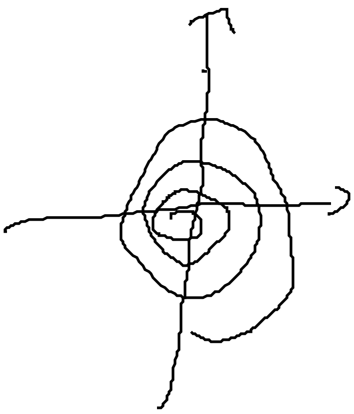
$t \in [0; 2\pi[$

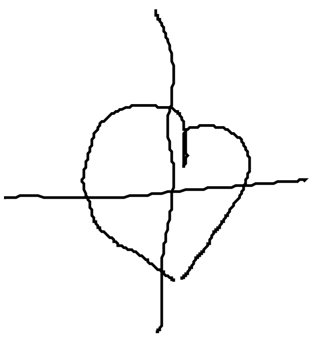
$\sin t^2 + \cos t^2 = 1$

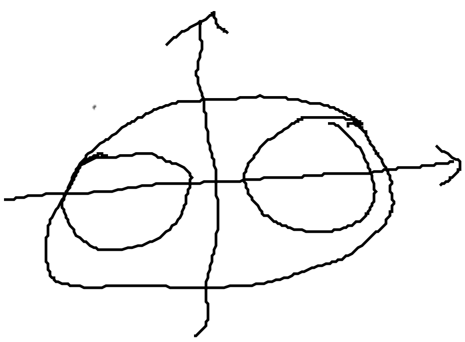


erkennbar vorteilhafte

„Parameterdarstellung einer Kurve"







Spiralen

Im Folgenden werden immer Polar-Koordinaten benutzt; Schreibweise – wie bei GEOGEBRA – mit Semikolon

$$P(r;\varphi)$$

① Die Archimedische Spirale

$$P(\varphi;\varphi)$$

② $P(1e^{\varphi};\varphi)$ „logarithmische Spirale $c=1$

③ $P(\frac{1}{\varphi};\varphi)$ hyperbolische Spirale: $c=1$

④ Kardioide (Herzkurve) $P(1+\cos\alpha;\alpha)$

(5) Lemniskate
(Schleifenkurve) $P(\cos^2\alpha ; \alpha)$

(6) Spirale von Galilei
$P(c \cdot \varphi^2 ; \varphi)$ z.B. $c=3$

(7) Fermatsche Spirale
$P(c \cdot \sqrt{\varphi} ; \varphi)$ z.B. $c=1$

(8) Der „Krummstab"
$P\left(\frac{c}{\sqrt{\varphi}} ; \varphi\right)$ $c=1$

Ausblick:

Die Leibnitzsche Sektorformel

Fragen??? Wünsche??? Anregungen???

....

Wer Fragen, Wünsche, Anregungen...hat, schreibt zum Video ein Posting oder schickt mir eine Mail unter

nachhilfelatmath@gmail.com

Unterlagen zu meinen Mathe- und Lateinvideos findet man auf

www.raphael-biere.de

als kostenlosen pdf-Download.

Die Playlist meiner Lateinvideos findet man hier:

https://www.youtube.com/user/NachhilfeLatein/playlists

Zur Playlist meiner vielen Mathevideos geht es hier lang:

https://www.youtube.com/user/Mathematikaufgaben/playlists