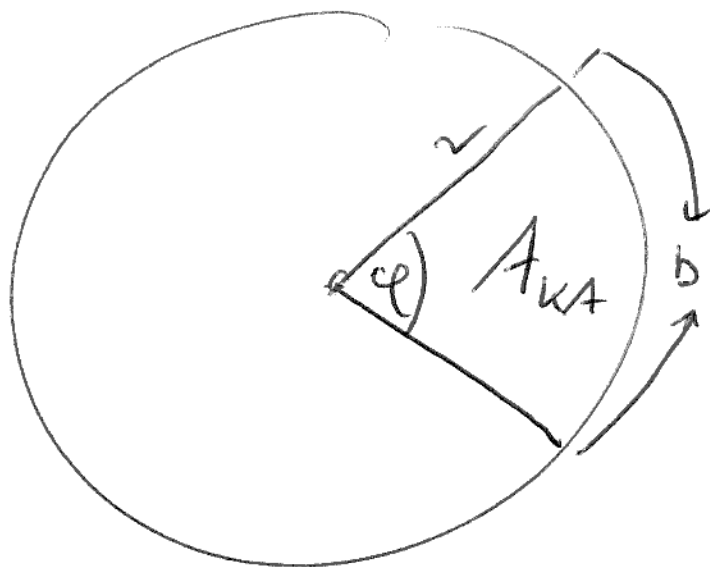


50/7

Sehler formel von Lebnitz (1)

Man benötigt die Flächeninhaltsformel für Kreissektoren:



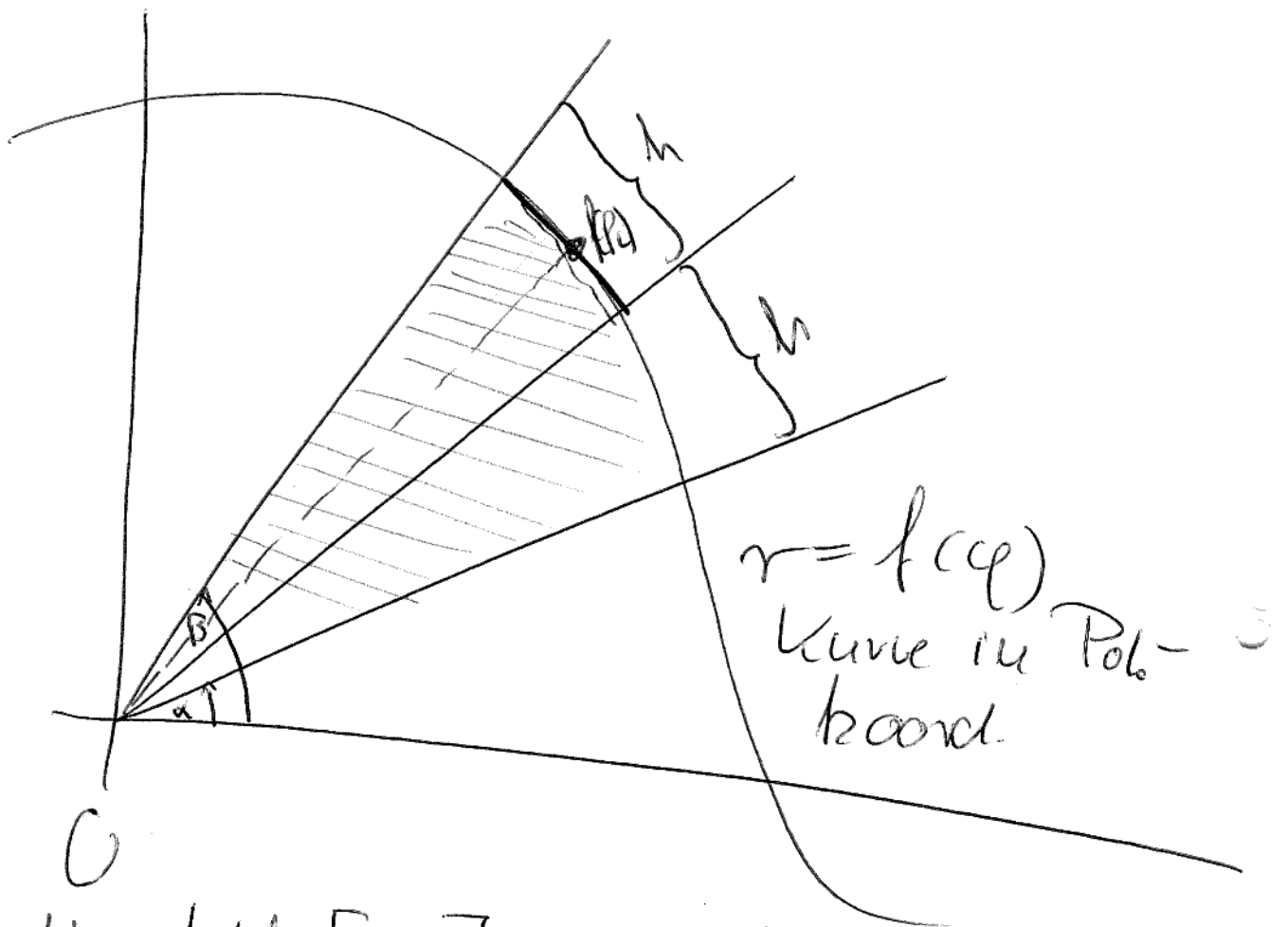
$$\text{Es gilt } \frac{b}{2\pi r} = \frac{\varphi}{2\pi} \quad | \cdot 2\pi$$

$$\frac{b}{r} = \varphi \Rightarrow \underline{\underline{b = r \cdot \varphi}}$$

Weiterhin ist

$$\frac{A_{KA}}{\pi r^2} = \frac{b}{2\pi r} \Rightarrow A_{KA} = \frac{b \cdot \cancel{\pi} r^2}{2\pi r} = \frac{1}{2} b \cdot r$$

$$\underline{\underline{A_{KA} = \frac{1}{2} b \cdot r = \frac{1}{2} r \cdot \varphi \cdot r = \frac{1}{2} \varphi \cdot r^2}}$$



→ Man teilt $[\alpha, \beta]$ in n gleich lange Teile, dann
 ist $h = \frac{\beta - \alpha}{n}$

→ Aus jedem Teil interval wählt man ein
 φ_i dort, daß der „Sektor“ angeführt und
durch ein Kreisabschnitt mit

$$A_{\text{Kreisabschnitt}} = \frac{1}{2} r_i^2 \cdot \frac{\beta - \alpha}{n}$$

→ Durch Aufaddieren aller n Kreisabschnitte ergibt sich zu Näherungswert für A_{sektor} :

$$A_{\text{sektor}} \approx \frac{1}{2} v_1^2 \cdot \frac{\beta - \alpha}{n} + \frac{1}{2} v_2^2 \cdot \frac{\beta - \alpha}{n} + \dots + \frac{1}{2} v_n^2 \cdot \frac{\beta - \alpha}{n}$$

$$= \frac{\beta - \alpha}{n} \cdot \left[\frac{1}{2} v_1^2 + \frac{1}{2} v_2^2 + \dots + \frac{1}{2} v_n^2 \right]$$

$$r = |r(\varphi)| \stackrel{!}{=} \frac{\beta - \alpha}{n} \cdot \left[\frac{1}{2} [r(\varphi_1)]^2 + \dots + \frac{1}{2} [r(\varphi_n)]^2 \right]$$

mit anschließendem Grenzwert-
Übergang $n \rightarrow \infty$

$$A_{\text{sektor}} \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} [r(\varphi)]^2 d\varphi$$

③

Beispiel

(4)

Wir wählen

$$\text{Kurve } k: r = \frac{1}{2} \varphi \quad [\text{cardim. Spirale}]$$

$$\alpha = 0 \quad \beta = \frac{1}{2} \pi$$

Zedung

$$A = \int_{\alpha}^{\beta} [r(\varphi)]^2 d\varphi$$

$$= \int_0^{1/2\pi} \left[\frac{1}{2} \varphi \right]^2 d\varphi = \int_0^{0.5\pi} \frac{1}{4} \varphi^2 d\varphi$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{12} \varphi^3 \Big|_0^{0.5\pi} = \frac{1}{12} \left[\frac{1}{2} \pi \right]^3 - \frac{1}{12} [0]^3 \\ &= \frac{1}{96} \pi^3 - 0 \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{96} \pi^3}} \end{aligned}$$

Fragen??? Wünsche??? Anregungen???

....

Wer Fragen, Wünsche, Anregungen...hat, schreibt zum Video ein Posting oder schickt mir eine Mail unter
nachhilfelatmath@gmail.com

Unterlagen zu meinen Mathe- und Lateinvideos findet man auf
www.raphael-biere.de
als kostenlosen pdf-Download.

Die Playlist meiner Lateinvideos findet man hier:
<https://www.youtube.com/user/NachhilfeLatein/playlists>

Zur Playlist meiner vielen Mathevideos geht es hier lang:
<https://www.youtube.com/user/Mathematikaufgaben/playlists>