zu a)

$$f_t(x) = \frac{-t + \ln x}{tx}$$

$$\overset{!}{=} \frac{-t}{tx} + \frac{\ln x}{tx} \qquad t \neq 0$$

$$\overset{!}{=} -\frac{1}{x} + \frac{1}{t} \cdot \frac{\ln x}{x}$$

$$\left.\begin{array}{l} D(f_t) = \mathbb{R} \setminus \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\} \\ \overset{\text{oder}}{=} \mathbb{R}^{>0} \\ \overset{\text{oder}}{=} \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\} \end{array}\right\} \text{wg } \text{„}\ln x\text{"}$$

Grenzwerte

$\boxed{1.}$ $\lim\limits_{x \to 0^+} f_t(x)$

$\boxed{2.}$ $\lim\limits_{x \to +\infty} f_t(x)$

Da $t \neq 0$ positiv wie negativ sein kann, legen wir fest

$t \neq 0$

$t > 0$	$t < 0$
$\lim\limits_{x \to 0^+} l_t(x) = -\infty$	$\lim\limits_{x \to 0^+} l_t(x) = +\infty$
$\lim\limits_{x \to +\infty} l_t(x) = 0$	$\lim\limits_{x \to +\infty} l_t(x) = 0$

- aus der Grafik oder
- per TR oder
- durch „Überlegen“

(b) Nullstellen

$$f_t(x) = \frac{-t + \ln x}{tx} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad -t + \ln x = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \ln x = t \qquad | e^{()}$$

$$\Leftrightarrow \quad x = e^t$$

Symmetrie $\quad f(x) = f(-x)$

$$f(-x) = -f(x)$$

$$f_t(x) = \frac{-t + \ln x}{tx}$$

$$-f_t(x) = \frac{t - \ln x}{tx}$$

$$f_t(-x) = \frac{-t + \ln(-x)}{t(-x)}$$

nicht definiert, weil $x > 0$

keine Symmetrie!

3

ln-Schar

Gegeben sei $f_t(x) = \frac{-t+\ln(x)}{tx}$

(a) Bestimme den max Def-bereich, führe eine diesbezügliche Randbetrachtung durch und stelle mithilfe von $\boxed{\text{GEOGEBRA}}$ die Schar dar: gibt es Einschränkungen bzgl. t?

(b) Bestimme - soweit möglich - Nullstellen, Symmetrie, Grenzwerte (siehe auch (a)), Extrema und Wendepunkte.

(c) Alle Graphen der Schar gehen durch einen (gemeinsamen) Punkt: berechne!

(d) Berechne die Ortslinie aller Extrema.

(e) Berechne $\int f_t(x)\,d(x)$

(f) Untersuche, ob sich - sinnvollerweise - ein uneigentliches Integral mithilfe von $f_t(x)$ definieren lässt!

Grenzwert siehe ⓐ

Extrema wir benötigen $f_t'(x)$ und $f_t''(x)$

$$\boxed{f_t(x) = \frac{-t+\ln x}{tx}}$$

wir wählen die Quotientenregel:

$$\boxed{u(x) = -t+\ln x}$$

$$\boxed{v(x) = tx}$$

$$\Rightarrow \boxed{u'(x) = \frac{1}{x}}$$

$$\boxed{v'(x) = t}$$

$$f_t'(x) = \boxed{\left[\frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}\right]} = \frac{\frac{1}{t} \cdot tx - [-t+\ln x] \cdot t}{(tx)^2}$$

$$= \frac{t + t^2 - t\ln x}{t^2x^2}$$

$$= \frac{t[1+t-\ln x]}{t^2x^2}$$

$$\boxed{= \frac{1+t-\ln x}{tx^2}}$$ ✓ 4