$$P(X=k) = \binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

$$\boxed{\mu = E(X) = \sum_{i=0}^{n} x_i \, P(X=x_i)}$$

Was man braucht!!

$$\mu = E(X) = \sum_{k=0}^{n} x_k \, (P(X=x_k)$$

$$\overset{(1)}{=} \sum_{k=0}^{n} k\cdot\binom{n}{k}\cdot p^k(1-p)^{n-k}$$

$$= \sum_{k=0}^{n} k\cdot\frac{n!}{k!(n-k)!}\cdot p^k(1-p)^{n-k} \quad \Big|\; n\cdot p \text{ ausk}$$

Trick!

$$= n\cdot p\cdot\sum_{k=0}^{n} k\cdot\frac{(n-1)!}{(n-k)!\cdot k!}\cdot p^{k-1}\cdot(1-p)^{(n-1)-(k-1)}$$

$$= n\cdot p\cdot\sum_{k=0}^{n} \frac{\cancel{k}\cdot(n-1)!}{(n-k)!\cdot\cancel{k}\cdot(k-1)!}\cdot p^{k-1}\cdot(1-p)^{(n-1)-(k-1)}$$

Der erste Summand für $k=0$ ist 0, also darf man ihn weglassen

$$= n\cdot p\cdot\sum_{k=1}^{n} \underbrace{\frac{(n-1)!}{(n-k)!(k-1)!}}_{\text{als Bi-koeff}}\cdot p^{k-1}\cdot(1-p)^{(n-1)-(k-1)}$$

Übersicht meiner Latein/Altgriechischvideos auf:
https://www.youtube.com/user/NachhilfeLatein/playlists

Übersicht meiner Mathevideos auf:
https://www.youtube.com/user/Mathematikaufgaben/playlists

Schriftliche Unterlagen in pdf-Form zum kostenlosen Download unter:
www.raphael-biere.de

$$= n \cdot p \cdot \sum_{k=1}^{n} \binom{n-1}{k-1} p^{k-1} (1-p)^{(n-1)-(k-1)}$$

Wir sehen $l := k-1$

$$= n \cdot p \cdot \sum_{l=0}^{n-1} \binom{n-1}{l} p^{l} \cdot (1-p)^{(n-1)-l}$$

Wir sehen $m := n-1$

$$= n \cdot p \cdot \underbrace{\boxed{\sum_{l=0}^{m} \binom{m}{l} p^{l} \cdot (1-p)^{m-l}}}$$

was hier steht, ist nach dem Binomische Lehrsatz $= [p + (1-p)]^m$

und das ist $= [p+1-p]^m = 1^m = \boxed{1}$

$$= n \cdot p \cdot \boxed{1} = \underline{n \cdot p}$$

Zusatz

Der binomische Lehrsatz lautet

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} \cdot b^k$$

Beweis: z.B. durch vollständige Induktion

Wir haben $\displaystyle\sum_{l=0}^{m} \binom{m}{l} \cdot p^l \cdot (1-p)^{m-l}$

also $= (p+1-p)^m$

$= 1^m = 1$