Differentialrechnung 4

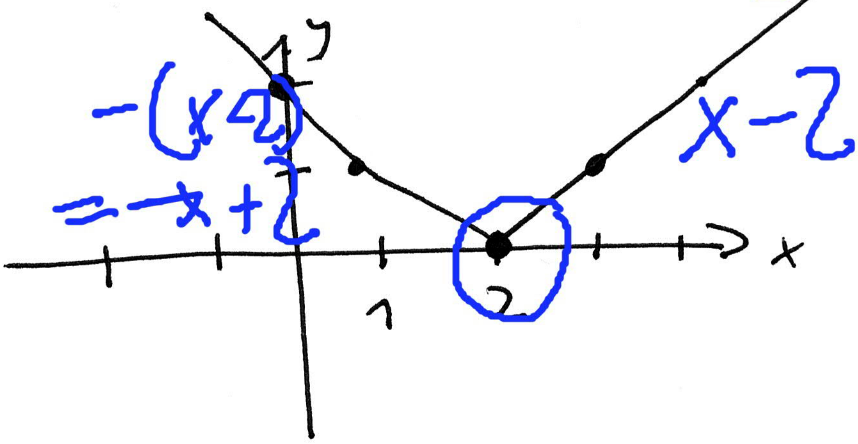
Nicht-differenzierbar

Beispiel

$f(x) = |x-2|$ $\rightarrow x-2 \geq 0$

 $\rightarrow x-2 < 0$

Grafik



Wir untersuchen den Differenzenquotient und den Differentialquotient mit der h-Methode an der Stelle $x_0=2$.

Es ist

$$f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{falls } x \geq 2 \\ -(x-2) & \text{falls } x < 2 \end{cases}$$

1. Schritt Wir wählen $x_0 = 2$ $x_1 = 2+h$ mit $h > 0$, also rechts von x_0, dann gilt

$$f(x) = x-2$$

$P_1(2 \mid f(2))$ $P_2(2+h \mid f(2+h))$

also

$P_1(2 \mid 0)$ $P_2(2+h \mid 2+h-2)$

$$m_{sec} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2+h-2 - 0}{2+h - 2}$$

$$= \frac{h}{h} = \underline{\underline{1}}$$

$$m_{tan} = \lim_{h \to 0} m_{sec} = \lim_{h \to 0} (1) = \underline{\underline{1}}$$

2. Schritt Nun gehen wir „von links" an die Stelle $x_0 = 2$" heran.

Wir wählen $x_0 = 2$ $x_1 = 2 - h$ mit $h > 0$, also links von x_0, dann gilt

$$f(x) = -(x-2)$$

$P_1(2|f(2))$ $P_2(2-h|f(2-h))$

also

$P_1(2|0)$ $P_2(2-h|-(2-h-2))$

$$m_{sec}=\frac{-(2-h-2)-0}{2-h-2}$$

$$=\frac{-\cancel{2}+h+\cancel{2}-0}{-h}$$

$$=\frac{h}{-h}=-1$$

$$m_{tan}=\lim_{h\to 0} m_{sec}=\lim_{h\to 0}[-1]$$

$$=-1$$

Übersicht meiner Latein/Altgriechischvideos auf:
https://www.youtube.com/user/NachhilfeLatein/playlists

Übersicht meiner Mathevideos auf:
https://www.youtube.com/user/Mathematikaufgaben/playlists

Schriftliche Unterlagen in pdf-Form zum kostenlosen Download unter:
www.raphael-biere.de

Wir stellen fest

Betreffs $f(x) = |x-2|$ gibt es an der Stelle $x_0 = 2$ 2 verschiedene Differenzialquotienten, einen rechtsseitigen mit $m_{tan} = +1$ und einen linksseitigen mit $m_{tan} = -1$

Der Differenzialquotient ist hier nicht eindeutig, man sagt:

$f(x) = |x-2|$ ist an der Stelle $x_0 = 2$ nicht differenzierbar.

[Der Graph hat einen „Knick"]