

Differentialrechnung 6

Tangente und Normale: Aufgaben und Lösungen

① $f(x) = \sqrt{5-x}$ $P_0(1|2)$

gesucht Tangentengleichung und Normalengleichung der f in P_0

Wir benötigen zuerst $f'(x_0) = m_T$

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5-(x_0+h)} - \sqrt{5-x_0}}{h} \quad P_0(1|2)$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5-1-h} - \sqrt{5-1}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4-h} - 2}{h} \quad \left(\frac{t_1 - t_2}{t_1 + t_2} \right) \left(\frac{t_1 + t_2}{t_1 + t_2} \right)$$

Trick !

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{4-h} - 2) \cdot (\sqrt{4-h} + 2)}{h \cdot (\sqrt{4-h} + 2)}$$

3.81FO

1

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(4-h) - 4}{h \cdot (\sqrt{4-h} + 2)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h}{\cancel{h} \cdot (\sqrt{4-h} + 2)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{\sqrt{4-h} + 2}$$

$$\stackrel{!}{=} \frac{-1}{\sqrt{4-0} + 2}$$

$$= \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$m_T = -\frac{1}{4} \quad P_0(1|2)$$

$$t: y = m \cdot x + n$$

$$y = -\frac{1}{4} \cdot x + n \quad P_0(1|2)$$

$$2 = -\frac{1}{4} \cdot 1 + n \quad | +\frac{1}{4}$$

$$n = 2,25$$

$$t: y = -\frac{1}{4}x + 2,25$$

[2]

Um die Gleichung der Normalen zu bestimmen, benötigst du diese Steigung:
es gilt

$$m_T \cdot m_N = -1$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4} \cdot m_N = -1 \quad | \cdot (-4)$$

$$\Leftrightarrow m_N = +4$$

$$m: y = 4x + n \quad | P_0(1|2)$$

$$2 = 4 \cdot 1 + n \quad | -4$$

$$-2 = n$$

$$m: y = 4x - 2$$

Übersicht meiner Latein/Altgriechischvideos auf:

<https://www.youtube.com/user/NachhilfeLatein/playlists>

Übersicht meiner Mathevideos auf:

<https://www.youtube.com/user/Mathematikaufgaben/playlists>

Mit neuer Rubrik „ZUSCHAUERWÜNSCHE“ direkt unter:

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLnqFfKzISF-zf7M5Ujcmfpp68CRn7qSW2>

Schriftliche Unterlagen in pdf-Form zum kostenlosen Download unter:

www.raphael-biere.de

3

(2) $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ Geradenstrahl $y = 2x + s$
 $s \in \mathbb{R}$

(2a) Welche Gerade des Geradenstrahls hat mit dem Graphen von f genau zwei Punkte gemeinsam?

(2b) Zeige: die Gerade aus (2a) ist Tangente auf f

(2c) Bestimme zur Tangente aus (2b) die Normale

(2d) Welche gemeinsamen Punkte gibt es zwischen der Normalen aus (2c) und dem Graphen von f ?

Übersicht meiner Latein/Altgriechischvideos auf:
<https://www.youtube.com/user/NachhilfeLatein/playlists>

Übersicht meiner Mathevideos auf:
<https://www.youtube.com/user/Mathematikaufgaben/playlists>
Mit neuer Rubrik „ZUSCHAUERWÜNSCHE“ direkt unter:
<https://www.youtube.com/playlist?list=PLnqFfKzISF-zf7M5Ujcmfpp68CRn7qSW2>

Schriftliche Unterlagen in pdf-Form zum kostenlosen Download unter:
www.rafael-biere.de

4