② $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ Geradenschar $y_s = 2x+s$

$s \in \mathbb{R}$

(2a) Welche Gerade der Geradenschar hat mit dem Graphen von f genau einen Punkt gemeinsam?

(2b) Beweise: die Gerade aus (2a) ist Tangente an f

(2c) Bestimme zur Tangente aus (2b) die Normale

(2d) Welche gemeinsamen Punkte gibt es zwischen der Normalen aus (2c) und dem Graphen von f?

Übersicht meiner Latein/Altgriechischvideos auf:
https://www.youtube.com/user/NachhilfeLatein/playlists

Übersicht meiner Mathevideos auf:
https://www.youtube.com/user/Mathematikaufgaben/playlists
Mit neuer Rubrik „ ZUSCHAUERWÜNSCHE“ direkt unter:
https://www.youtube.com/playlist?list=PLnqFfKzlSF-zf7M5Ujcmfpp68CRn7qSW2

Schriftliche Unterlagen in pdf-Form zum kostenlosen Download unter:
www.raphael-biere.de

$\boxed{2a}$ $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ $y_s = 2x + s$

<u>ein</u> gemeinsame Punkt?

<u>Ansatz</u> $\boxed{\frac{1}{2}x^2} = \boxed{2x+s} \quad | \cdot 2 \quad |$ Ziel: Auflösen nach „x"

$x^2 = 4x + 2s \quad | -4x - 2s$ (gemeinsame Punkt)

$x^2 - 4x - 2s = 0 \quad |$ p-q-Formel

$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{\boxed{4+2s}}$

gesucht genau <u>eine</u> Lösung, also muß

$\boxed{4 + 2s = 0} \quad | -2s$

$\Leftrightarrow \quad 4 = -2s \quad | : 2$

$\Leftrightarrow \quad \underline{\underline{s = -2}}$

und damit ist dann

$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4 - 2 \cdot 2}$

$= 2 \pm \sqrt{0}$

$\underline{\underline{= 2 = x}}$

$\boxed{5}$

Für $s=-2$ $[y_2 = 2x-2]$ gibt es

genau einen gemeinsamen Punkt

$P_G(2|2)$

b) $y_2 = 2x-2$ ist Tangente an f

d.h. 1. Es gibt nur $\boxed{\text{1 Schnittpunkt}}$

2. Die Steigungen beider Graphen in der Schnittstelle sind identisch

b1) $\boxed{\frac{1}{2}x^2} = \boxed{2x-2}$ | Schnittpunkt Ansatz

$\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0 \quad | \cdot 2$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x-2)^2 = 0 \qquad \boxed{x_1 = x_2 = 2 \checkmark}$

$\boxed{b2}$ Steigungen an der Stelle $x_0 = 2$

$$\boxed{y_s = 2x - 2}$$

Steigung ist „2"

$$\boxed{f'(2)} = \lim_{h \to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} \qquad f(x) = \frac{1}{2}x^2$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\frac{1}{2}(2+h)^2 - 2}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{0.5\left[4 + 4h + h^2\right] - 2}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{2 + 2h + \frac{1}{2}h^2 - 2}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{2h + \frac{1}{2}h^2}{h} = \lim_{h \to 0}\left[2 + \frac{1}{2}h\right]$$

$$= 2 + 0 = \underline{\underline{2}}$$

7

2c) G war $P_0(2|2)$

$m_t = 2$

G_f || $\boxed{m_T \cdot m_N = -1}$

$\Leftrightarrow \quad 2 \cdot m_N = -1$

$m_N = -\frac{1}{2}$

$\boxed{N:}$ $y = m \cdot x + n$

$y = -\frac{1}{2} \cdot x + n \quad P_0(2|2)$

$2 = -\frac{1}{2} \cdot 2 + n$

$2 = -1 + n \quad | +1$

$n = 3$

$N: \; y = -\frac{1}{2}x + 3$

8

$\boxed{2d}$ $y=\frac{1}{2}x^2$ N: $y=-\frac{1}{2}x+3$

gemeinsame Punkte: $\frac{1}{2}x^2 \overset{!}{=} -\frac{1}{2}x+3 \quad |\cdot 2$

$$x^2 = -x+6 \quad |+x-6$$

$$x^2+x-6=0$$

$$x_{1|2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}+6}$$

$$x_1 = -\frac{1}{2}+\sqrt{6\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2}+\frac{5}{2} = \underline{\underline{2}}$$

$$x_2 = -\frac{1}{2}-\sqrt{6\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2}-\frac{5}{2} = \underline{\underline{-3}}$$

Es gibt 2 verschiedene Schnittstellen zwischen den Graphen und der Normalen.

$S_1(2|2)$ $S_2(-3|4.5)$

Ausblick Ableitungsfunktionen

$\boxed{9}$