Aufgaben

X

(1) Berechne die Steigung von f in den Achsenabschnittspunkten mit

$f(x) = x^3 - 3x + 2$

XX

(2) Es sei $f_c(x) = \cancel{cx}\ x^2 - 4cx + 3c^2$

Berechne $c \in \mathbb{R}$ so, daß der Graph von f ~~an~~ in den Nullstellen Tangenten hat, die orthogonal zueinander sind.

XXX

(3) Sei $f_1(x) = x^2$ und $f_2(x) = x^3$, $f(x) = f_1(x) \cdot f_2(x)$

Zeige: Es gibt mindestens ein $x_0 \in \mathbb{R}$

mit $f'(x_0) \neq f_1'(x_0) \cdot f_2'(x_0)$

Welche Folgerung ergibt sich?

2ii1)

$f(x) = x^3 - 3x + 2$

y-Achsenabschnitt: $x = 0!$

$f(0) = 0^3 - 3\cdot 0 + 2 = 2$ $\qquad (0|2)$

x-Achsenabschnitt $\Leftrightarrow$ Nullstellen

$f(x) = 0$

$0 = x^3 - 3x + 2$

Gleichung 3. Grades: 1. Nullstelle durch Raten!

$x = 1$ geraten

$f(1) = 1^3 - 3\cdot 1 + 2 = \boxed{0}$

Polynomdivision

$$
\begin{aligned}
(x^3 - 3x + 2) : (x - 1) &= \underline{\underline{x^2 + x - 2}} \\
-(x^3 - x^2) \quad & \\
0 + x^2 - 3x \quad & \\
-(x^2 - x) \quad & \\
0 \quad -2x + 2 \quad & \\
-(-2x + 2) \quad & \\
0 \quad &
\end{aligned}
$$

$\downarrow$!!!

4/c

Besl.: $x^2+x-2=0$

$x_1 = 1!$

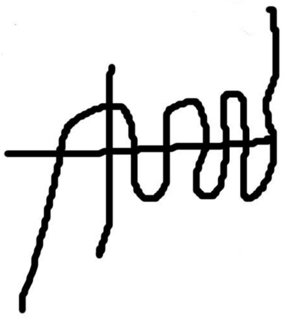
$$x_{2|3} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{8}{4}}$$

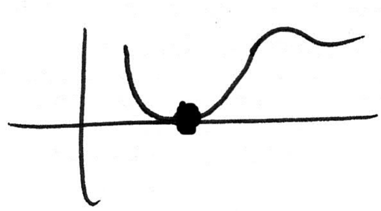
$$= -\frac{1}{2} \pm \frac{3}{2}$$

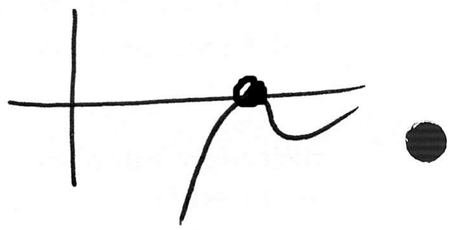
$$x_2 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = +1$$ Halten wir also

$$x_3 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -2$$ Doppelte Nullstelle

Zur Erinnerung: Bei einer doppelten Null-stelle wechselt der Graph nicht „die Seite der x-Achse“





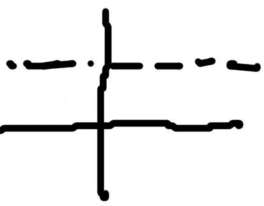


Steigung von $f(x)=x^3-3x+2$

$$f'(x)=3\cdot x^2-3\cdot 1\cdot x^{1-1}+0$$

$$f'(x)=3x^2-3$$

$g(x)=2$



$$f'(0)=-3$$

$$f'(1)=3\cdot 1^2-3=0$$ waagrecht Tangente

$$f'(-2)=3\cdot(-2)^2-3=9$$

$\boxed{2u2}$ $f_c(x) = x^2 - 4cx + 3c^2 \quad c \in \mathbb{R}$

In den Nullstellen sollen die Tangete (also f') ortogonal sein, also

$$f'(1. \text{Nullstelle}) \cdot f'(2. \text{Nullstelle}) = -1$$

Nullstellen

$$x^2 - 4cx + 3c^2 = 0$$

$$x_{1/2} = 2c \pm \sqrt{4c^2 - 3c^2}$$
$$= 2c \pm \sqrt{c^2}$$
$$= 2c \pm c$$

$x_1 = 3c$ 1. Nullstelle

$x_2 = c$ 2. Nullstelle

Steigung

$$f(x) = x^2 - 4c\,x + 3c^2$$
$$f'(x) = 2x - 4c + 0$$
$$= 2x - 4c$$

$$f'(3c) = 2 \cdot 3c - 4c = 2c$$
$$f'(c) = 2 \cdot c - 4c = -2c$$

Gv

$$f'(3c) \cdot f'(c) = -1$$

$$\Leftrightarrow \boxed{2c \cdot (-2c) = -1}$$

$$\Leftrightarrow -4c^2 = -1 \quad | : -4$$

$$c^2 = \frac{1}{4}$$

$$\boxed{c_1 = +\frac{1}{2} \qquad c_2 = -\frac{1}{2}}$$

Übersicht meiner Latein/Altgriechischvideos auf:
https://www.youtube.com/user/NachhilfeLatein/playlists

Übersicht meiner Mathevideos auf:
https://www.youtube.com/user/Mathematikaufgaben/playlists
Mit neuer Rubrik „ ZUSCHAUERWÜNSCHE“ direkt unter:
https://www.youtube.com/playlist?list=PLnqFfKzlSF-zf7M5Ujcmfpp68CRn7qSW2

Schriftliche Unterlagen in pdf-Form zum kostenlosen Download unter:
www.raphael-biere.de

$$f(x) = a^3 x^2 \qquad f'(x) = a^3 \cdot 2x$$

$$f(a,x) = a^3 \cdot x^2 \rightarrow f'_x(a,x) = a^3 2x$$

$$\rightarrow f'_a(a,x) = 3a^2 \cdot x^2$$

243

$f_1(x) = x^2 \qquad f_2(x) = x^3$

$f_1'(x) = 2x \qquad f_2'(x) = 3x^2$

$f(x) = \boxed{f_1(x) \cdot f_2(x)} = x^2 \cdot x^3 = x^5$

$f'(x) = 5x^4$

aber

$f_1'(x) \cdot f_2'(x) = 2x \cdot 3x^2 = 6x^3$

$6x^3 \overset{?}{=} 5x^4 \quad | :5$

$\frac{6}{5}x^3 \overset{?}{=} x^4 \quad | :x \neq 0$

$\frac{6}{5} \overset{?}{=} x$

Folge: Ein Produkt von Funktionen $f(x) = u(x) \cdot v(x)$ wird i.A. nicht so abgeleitet $f'(x) = u'(x) \cdot v'(x)$

Ausblick: Höhere Ableitung