

# Aufgaben

① Es sei  $f(x) = \frac{4}{x}$  und  $g_t(x) = 3 - t^3 x^2, t \in \mathbb{R}$

$t \neq 0$  so zu bedenken, daß sich  $f$  und  $g$  „berühren“ ✓

② Gegeben sei  $f(x) = x(2-x)(x-4)$ .

Vom Ursprung aus soll eine Tangente an den Graphen von  $f$  gelegt werden.

③ Zeichne mithilfe eines Zeichenprogramms den Graphen zu  $f(x) = x^4 - 3x^3 + \frac{1}{20}x^2 - 2x + 1$  und  $f'$  in ein Koordinatensystem. Untersuche Zusammenhänge zwischen  $f$  und  $f'$ .

Nachtrag Graph

$$f(t, x) = tx^3 - tx^2 + 2t + 3t^2x$$

Nachhilfe

$$f_t(x) = x^2 + t \cdot x \quad t \in \mathbb{R}$$

z.B.  $f_3(x) = x^2 + 3x$  oder  $f_{-2}(x) = x^2 - 2x$

oder

$$f(t, x) = x^2 + t \cdot x$$

$$\text{bzw. } f(y, x) = x^2 + y \cdot x$$
$$\text{oder } z(y, x) = x^2 + y \cdot x$$

Übersicht meiner Latein/Altgriechischvideos auf:

<https://www.youtube.com/user/NachhilfeLatein/playlists>

Übersicht meiner Mathevideos auf:

<https://www.youtube.com/user/Mathematikaufgaben/playlists>

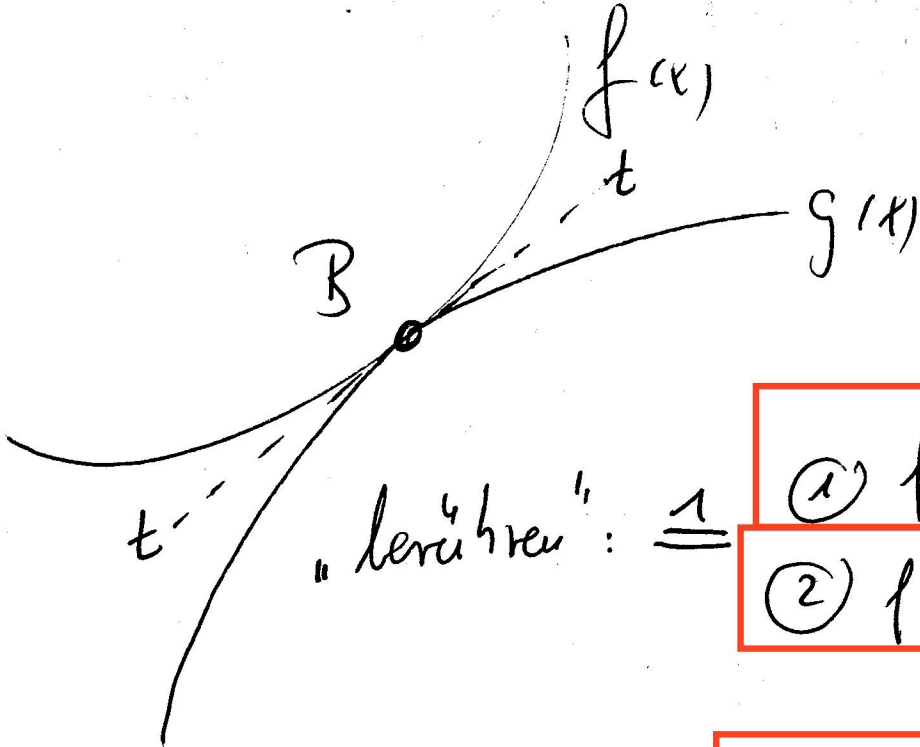
Mit neuer Rubrik „ZUSCHAUERWÜNSCHE“ direkt unter:

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLnqFfKzISF-zf7M5Ujcmfpp68CRn7qSW2>

Schriftliche Unterlagen in pdf-Form zum kostenlosen Download unter:

[www.raphael-biere.de](http://www.raphael-biere.de)

zu 1)



"berühren":  $\hat{=}$

$$\textcircled{1} f(x_B) = g(x_B)$$

$$\textcircled{2} f'(x_B) = g'(x_B)$$

zu 1)

$$\frac{4}{x} \stackrel{?}{=} 3 - t^3 x^2$$

für welches "t"?

$$t^3 x^2 = 3 - \frac{4}{x} \quad | : x^2 \neq 0$$

$$t^3 = \frac{3}{x^2} - \frac{4}{x^3} \quad | \sqrt[3]{\quad}$$

$$t = \sqrt[3]{\frac{3}{x^2} - \frac{4}{x^3}}$$

zu 2)

$$f'(x_B) = g'(x_B)$$

$$-\frac{4}{x^2} \stackrel{?}{=} 0 - 2t^3 x \quad | \cdot x^2 \text{ nach } x$$

$$-4 = -2t^3 x^3 \quad | : (-2t^3) \neq 0$$

$$x^3 = + \frac{2}{t^3}$$

Wir setzen "t<sup>3</sup>" ein:

$$x^3 = + \underbrace{\frac{\frac{3}{x^2} - \frac{4}{x^3}}{t^3}}_t^2$$

$x$  kann bestimt werden  
B

$$x^3 = + \frac{2}{\frac{3x-4}{x^3}}$$

$$x^3 = + \frac{2x^3}{3x-4} \quad | : x^3 \neq 0$$

$$1 = + \frac{2}{3x-4} \quad | \cdot (3x-4)$$

$$3x-4 = +2$$

$$3x = 6$$

$$\underline{\underline{x_B = 2}}$$

Damit ist

$$t = \sqrt[3]{\frac{3}{2^2} - \frac{4}{2^3}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{3}{4} - \frac{4}{8}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$$

$$f(x_B) = f(2) = 2$$

$$g(x_B) = 3 - \frac{1}{4} \cdot 4 = 2$$

$$f'(x_B) = -1$$

$$g'(x_B) = -1$$

Nachtrag

$$f(x) = \frac{4}{x}$$

gesucht:  $f'(x)$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{4}{x+h} - \frac{4}{x}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4 \cdot x - 4 \cdot (x+h)}{x \cdot (x+h) \cdot h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4x - 4x - 4h}{x(x+h) \cdot h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-4h}{x(x+h) \cdot h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-4}{x(x+h)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-4}{x(x+h)}$$

$$\stackrel{!}{=} \frac{-4}{x(x+0)} = -\frac{4}{x^2} = f'(x)$$

