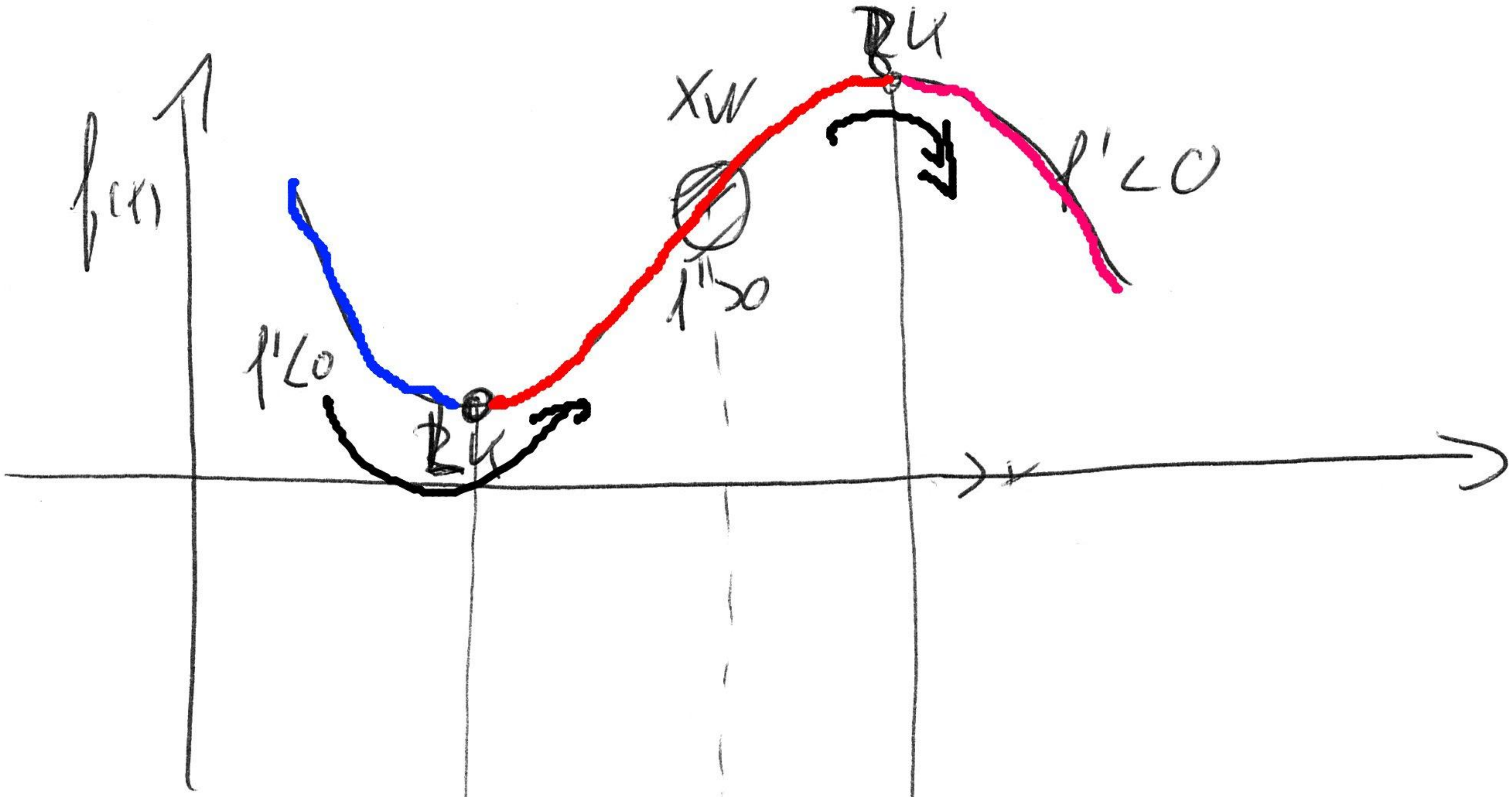
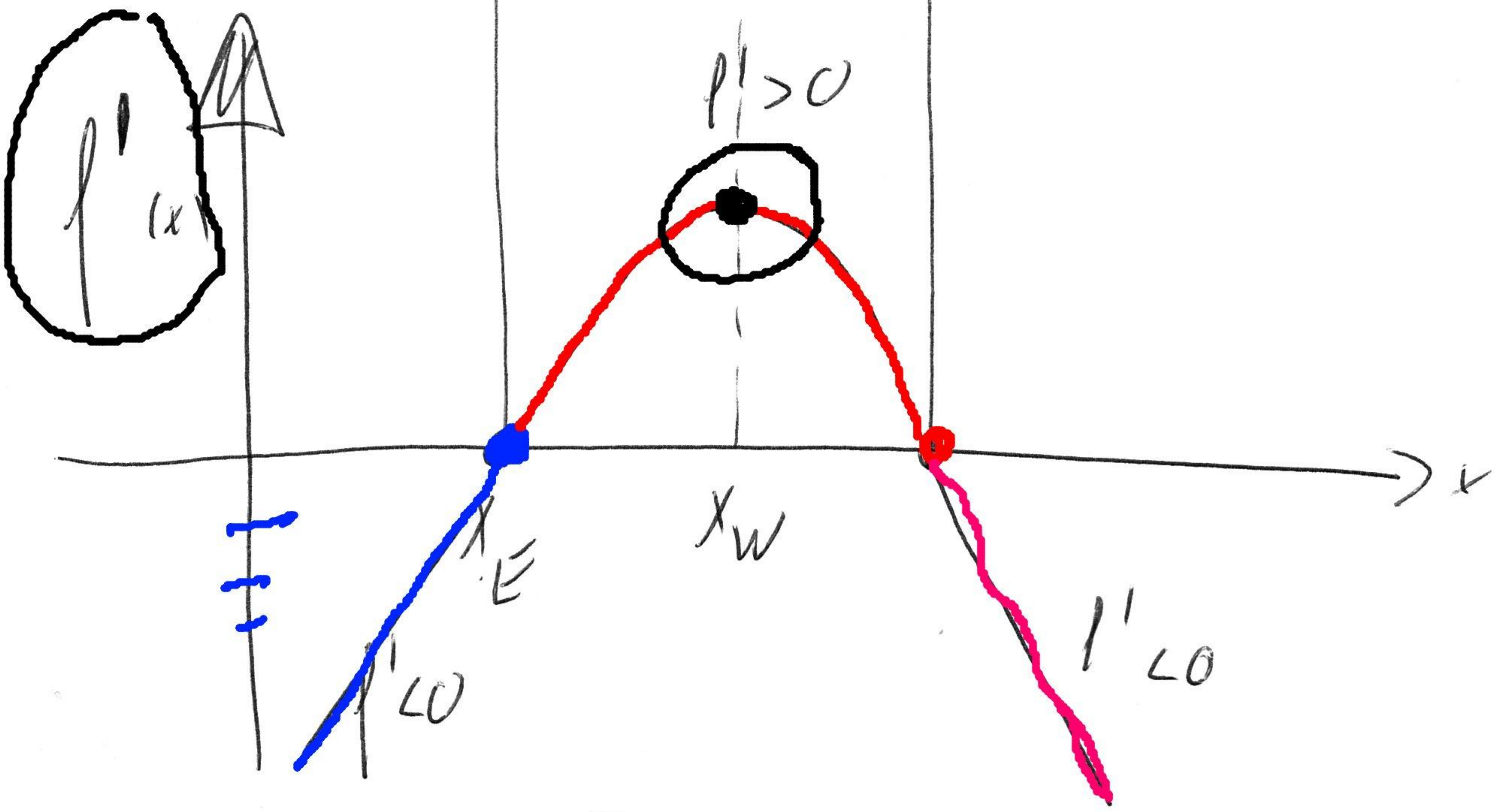
Wendestellen
Sattelstellen





$$(f')'(x_W) = 0$$

Eine (innere) Stelle x_w von I heißt

WENDESTELLE, wenn dort der Graph von f von einer Lk in eine Rk (oder umgekehrt) übergeht!

Offenbar gilt: $\boxed{x_w \text{ Wendestelle} \Rightarrow f''(x_w)=0}$

notw. Kriterium

$f(x)=x^6$

Beispiel

Berechne alle Wendestellenkandidaten von $f(x)= x^5 - x^4 + x^3$

Lösung: Wir benötigen $f''(x)$.

$$f'(x)=5x^4-4x^3+3x^2$$

$$f''(x)=20x^3-12x^2+6x$$

notw. Bed. $\quad 20x^3-12x^2+6x=0$

$$\Leftrightarrow \quad x\cdot\left[20x^2-12x+6\right]=0$$

$$\underline{\underline{x_1=0}} \quad ✓$$

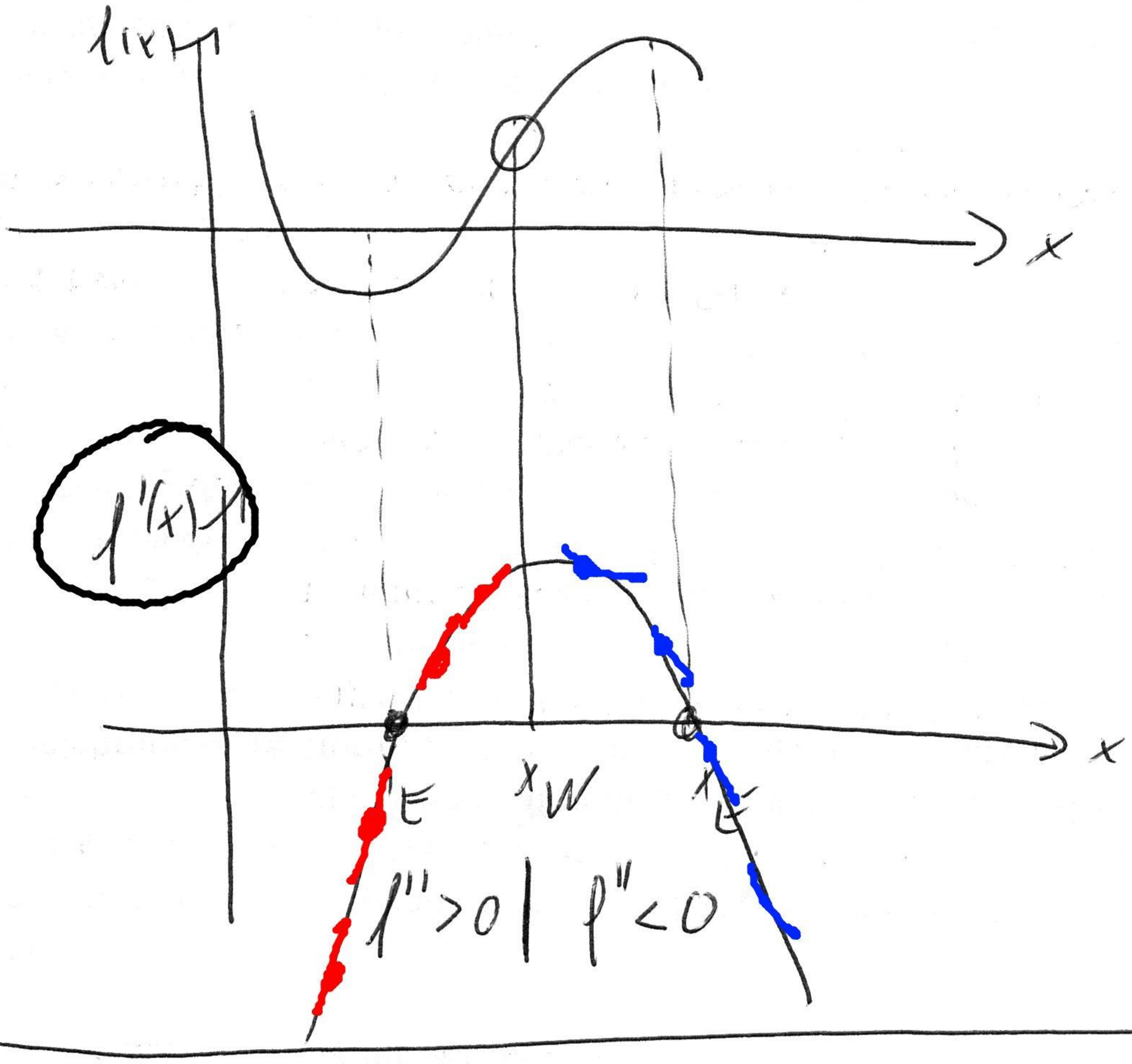
$$20x^2 - 12x + 6 = 0 \quad \underline{|:20}$$

$$x^2 - \frac{3}{5}x + \frac{3}{10} = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{3}{10} \pm \sqrt{\frac{9}{100} - \frac{30}{100}}$$

$$\lightning$$

$x_1 = 0$ ist einziger Wendestellenkandidat



Ist $f''(x_W) = 0$ und hat $f''(x_W)$ bei x_W einen Vorzeichenwechsel, dann liegt eine Wendestelle vor

Beispiel

$$f(x) = x^5 - x^4 + x^3$$

$$f''(x) = 20x^3 - 12x^2 + 6x$$

$$f''(0) = 0$$

Liegt bei $x_W = 0$ ein Vorzeichenwechsel von f'' vor?

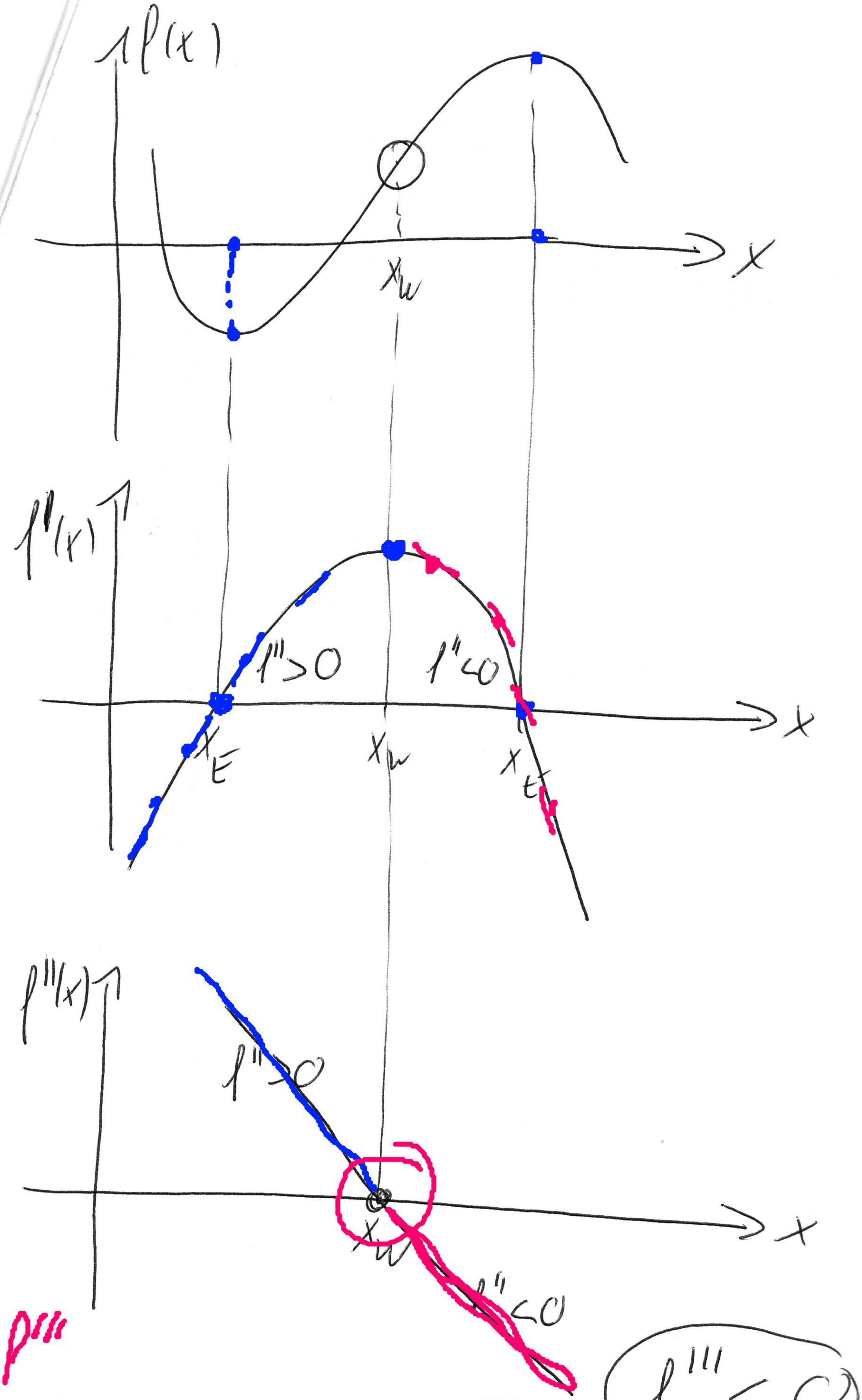
Wir prüfen

$$f''\left(-\tfrac{1}{10}\right) = -\frac{20}{1000} - \frac{12}{100} - \frac{6}{10} = \frac{-2-12-60}{100} < 0$$

$$f''\left(+\tfrac{1}{10}\right) = +\frac{20}{1000} - \frac{12}{100} + \frac{6}{10} = \frac{+2-12+60}{100} > 0$$

ja

also ist $x_W = 0$ Wendestelle von $f(x)$.



Ist $f''(x_W) = 0$ und $f'''(x_W) \neq 0$, so ist
x_W Wendestelle

Beispiel

$f(x) = x^5 - x^4 + x^3$

$f''(x) = 20x^3 - 12x^2 + 6x$

$x_w = 0$ Wendestellenkandidat

Ist $f'''(x_w) \neq 0$?

Wir prüfen $f'''(x) = 60x^2 - 24x + 6$

$f'''(0) = 0 - 0 + 6 \neq 0$

ja, $x_w = 0$ ist Wendestelle

Zusammenfassung

① notw. Kriterium für Wendestellen:

$\boxed{x_w \text{ Wendestelle} \Rightarrow f''(x_w) = 0}$

② hinreichendes Kriterium per Vorzeichenwechsel:

-perm $\boxed{f''(x_w) = 0 \text{ und } f'' \text{ bei } x_w \text{ VZW} \Rightarrow x_w \text{ Wendestelle}}$

oder

③ hinreichendes Kriterium per 3. Ableitung:

$\boxed{f''(x_w) = 0 \text{ und } f'''(x_w) \neq 0 \Rightarrow x_w \text{ Wendestelle}}$

6

am bekanntesten…!!!