I

Aufstellen von Funktionsgleichungen
Steckbriefaufgaben Teil 2

387

Typ „Schwierig"

Eine ganz-rationale Funktion 3. Grades berührt im Ursprung die x-Achse und hat in $(-3|0)$ eine zu $y=6x$ parallele Tangente.

Lösung

$$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$$

3. Grad, 4 Unbekannte

4 Gleichungen

Text	Kurzform	Langform
„berührt(!) im	$\to f'(0)=0$	$f'(x)=3ax^2+2bx+c$ $0=3a\cdot 0^2+2b\cdot 0+c$
$(0\|0)$	$\to f(0)=0$	$\to 0=a\cdot 0^3+b\cdot 0^2+c\cdot 0+d$
hat„ in $(-3\|0)$	$\to f(-3)=0$	$\to 0=a\cdot(-3)^3+b\cdot(-3)^2+c\cdot(-3)+d$
parallel zu $y=6x$ (Steigung!)	$\to f'(-3)=6$	$\to 6=3a\cdot(-3)^2+2b\cdot(-3)+c$

$$\begin{array}{l|l}
\mathrm{I} & 0=c \\
\mathrm{II} & 0=d \\
\mathrm{III} & 0=-27a+9b-3c+d \\
\mathrm{IV} & 6=27a-6b+c
\end{array}$$

Vereinfachen

$$\begin{array}{l|l}
\mathrm{I} & 0=c \\
\mathrm{II} & 0=d \\
\mathrm{III} & 0=-27a+9b \\
\mathrm{IV} & 6=27a-6b
\end{array}$$

$\left.\begin{array}{l} \mathrm{III} \\ \mathrm{IV} \end{array}\right\}$ Additionsverfahren

$$\begin{array}{l|l|l}
\mathrm{I} & 0=c & c=0 \\
\mathrm{II} & 0=d & d=0 \\
\mathrm{III} & 0=-27a+9b & 0=-27a+18 \Rightarrow a=\frac{18}{27}=\frac{2}{3} \\
\mathrm{IV} & 6=3b & \Rightarrow b=2
\end{array}$$

$$f(x)=\frac{2}{3}x^3+2x^2$$

$[f'(x)=2x^2+4x]$

Probe $f(0)=0$ ✓

$f'(0)=0$ ✓

$f(-3)= \cancel{18-18} -18+18=0$ ✓

$f'(-3)=18-12=6$ ✓