Aufstellen von Funktionsgleichungen
Steckbriefaufgaben Teil 3 Nach

388

Typ „Kompliziert"

Bestimme eine Funktion (ganzrational) 5. Grades, die punktsymmetrisch zum Ursprung ist, durch (1|0) geht, dort auch einen Wendepunkt hat. Die Gerade $y=7x$ ist in (0|0) Tangente an f.

Lösung $f(x)=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f$

5. Grades $\hat{=}$ 6 (!) Unbekannte, also 6 Gleichungen

Text	Kurzform	Langform
punktsymmetrisch zum Ursprung (muß! durch 0|0 gehen)	$f(0)=0$ alle geraden Exponenten „müssen wegfalle"	$\rightarrow 0=a\cdot 0^5+b0^4+c\cdot 0^3+d\cdot 0^2+e\cdot 0+f$ $bx^4\equiv 0$ $dx^2\equiv 0$
geht durch (1|0)	$f(1)=0$	$0=a\cdot 1^5+b\cdot 1^4+c\cdot 1^3+d\cdot 1^2+e\cdot 1+f$

dl4) Symmetrie ganz rationale Funktionen:

(a) y-achsensymmetrisch: nur gerade Exponenten

$\cancel{f(x) = c + ax^2 + bx^4 +}$

z.B $f(x) = ax^8 + bx^6 + cx^4 + dx^2 + e$

(b) nullpunktsymmetrisch: nur ungerade Expon

z.B. $g(x) = ax^7 + bx^5 + cx^3 + dx + 0$

Tsl $f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ nun nullpunktsymmetrisch ($\hat{=}$ nur ungerade Exp)

gilt

$$\boxed{f(x) = ax^5 + cx^3 + ex}$$

$f'(x) = 5ax^4 + 3cx^2 + e$

$f''(x) = 20ax^3 + 6cx$

Text	Kurzform	Langform
I geht durch (1|0)	$f(1)=0$	$0=a+c+e$
II $x_w=1$ ist Wendestelle	$f''(1)=0$	$0=20a+6c$
III $y=7x$ mit $m=7$ an der Stelle $x_t=0$	$f'(0)=7$	$7=5a\cdot 0^4+3c\cdot 0^2+e$
IV → VI $b=d=f=0$		

$$
\begin{aligned}
&\text{I} && 0=a+c+e \\
&\text{II} && 0=20a+6c \\
&\text{III} && 7=e
\end{aligned}
$$

einsetzen

$$
\begin{aligned}
&\text{I} && 0=a+c+7 \Rightarrow a=-7-c \\
&\text{II} && 0=20a+6c \\
&\text{III} && 7=e
\end{aligned}
$$

einsetzen

$$
\begin{aligned}
&\text{I} && a=-7-c \\
&\text{II} && 0=20(-7-c)+6c \Rightarrow 140=-14c \\
&\text{III} && 7=e
\end{aligned}
$$

$a=3$

$c=-10$

$e=7$

$$f(x)=3x^5-10x^3+7x$$

Ausblick:

Ableitung

„[illegible]“ I

3

Text	Kurzform	Langform
I geht durch (1|0)	$f(1)=0$	$0=a+c+e$
II $x_w=1$ ist Wendestelle	$f''(1)=0$	$0=20a+6c$
III $y=7x$ mit $m=7$ an der Stelle $x_t=0$	$f'(0)=7$	$7=5a\cdot 0^4+3c\cdot 0^2+e$
IV → VI $b=d=f=0$		

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & 0=a+c+e \\ \text{II} \quad & 0=20a+6c \\ \text{III} \quad & 7=e \end{aligned}$$

einsetzen

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & 0=a+c+7 \Rightarrow a=-7-c \\ \text{II} \quad & 0=20a+6c \\ \text{III} \quad & 7=e \end{aligned}$$

einsetzen

$$\begin{aligned} \text{I} \quad & a=-7-c \\ \text{II} \quad & 0=20(-7-c)+6c \Rightarrow 140=-14c \\ \text{III} \quad & 7=e \end{aligned}$$

$a=3$

$c=-10$

$e=7$

$$f(x)=3x^5-10x^3+7x$$

Ausblick:

Ableitung

„[illegible]“ I

3

Probe: $f(x) = 3x^5 - 10x^3 + 7x$

$f'(x) = 15x^4 - 30x^2 + 7$

$f''(x) = 60x^3 - 60x$

Nullpunktsym. $f(-x) = -3x^5 + 10x^3 - 7x$

$= -[3x^5 - 10x^3 + 7x]$

$= -f(x)$

mit $f(0) = 0$

$f(1) = 3 - 10 + 7 = 0$ ✓

$f''(1) = 60 - 60 = 0$ ✓

$f'''(1) = 180 \cdot 1^2 - 60 \neq 0$ ✓

$f'(0) = 15 \cdot 0 - 30 \cdot 0 + 7$

$= 7$ ✓