Lösung zu 1

Wir untersuchen die Monotonie mithilfe der ersten Ableitung

$f(x) = x + \sin(x)$ 392

$f'(x) = 1 + \cos x$

1+cos x ist die um +1 parallel zur y-Achse nach oben verschobene cos-Funktion und es gilt – wenn man die Minima, siehe Grafik, herausnimmt

$$1 + \cos x > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

also ist $f(x) = x + \cos x$ streng monoton steigend auf ganz $\mathbb{R}$

Völlig analog läuft die Betrachtung zu $g(x) = x + \cos(x)$

Wir schauen uns das einmal in GEOGEBRA an!

Lösg Nr 2) Wir betrachten auf $[0,\pi]$
$f(x)=\sin x$ und $g(x)=\cos x$
und bestimmen im Schnittpunkt
$S(x_S|y_S)$ den Schnittwinkel
der Tangente [≙ Schnittwinkel
der beiden Graphen]

Schnittpunktansatz

$$\sin(x) \overset{?}{=} \cos(x) \quad | -\cos x$$

$$\sin(x)-\cos(x) \overset{?}{=} 0$$

Wir substituieren $\sin(x)=z$
und mit
$\sin^2+\cos^2=1$ gilt
$$1-z^2=\cos^2 x$$
also $\cos(x)=\pm\sqrt{1-z^2}$

$\sin(x) - \cos(x) = 0$ auf $[0; \pi]$

$$z - \sqrt{1-z^2} = 0$$

$$z = \sqrt{1-z^2} \quad |(\,)^2$$

$$z^2 = 1 - z^2 \quad |+z^2$$

$$2z^2 = 1$$

$$z = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$

<u>Rücksubstitution</u>

$$\sin x_1 = +\sqrt{\frac{1}{2}} \qquad x_1 \approx 0{,}8$$

$$\sin x_2 = -\sqrt{\frac{1}{2}} \qquad x_2 \approx -0{,}8$$

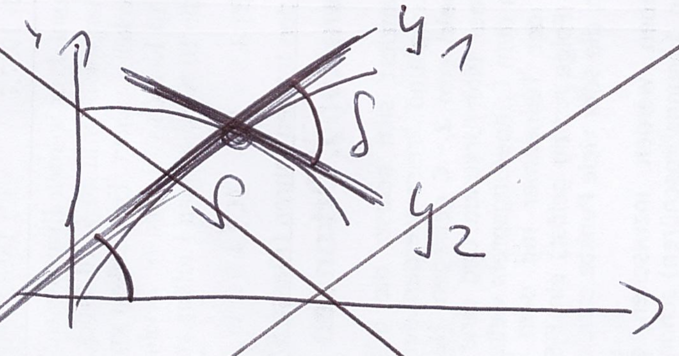
Wg $x \in [0; \pi]$ ist $x \approx 0{,}5$

③

$S(0,8/0,7)$

Tangente an $f(x)=\sin(x)$ in S	Tangente an $g(x)=\cos(x)$ in
$f(x)=\sin(x)$	$f(x)=\cos(x)$
$f'(x)=\cos(x)$	$f'(x)=-\sin(x)$
$f'(0,8)=m_{t_1}=\cos(0,8)\approx 0.7$	$f'(+0,8)=-\sin(0,8)$
	$=-0,7=m_{t_2}$
$y=m_{t_1}x+n$	$y=m_{t_2}x+n$
$0,7=0.7\cdot 0,8+n \quad \vert -0.56$	$0,7=-0,7\cdot 0,8+n \quad \vert +0,56$
$0,14=n$	$1,26=n$
$y_1=0.7x+0,14$ ✓	$y_2=-0,7x+1,26$ ✓

Winkel zwischen 2 Graden

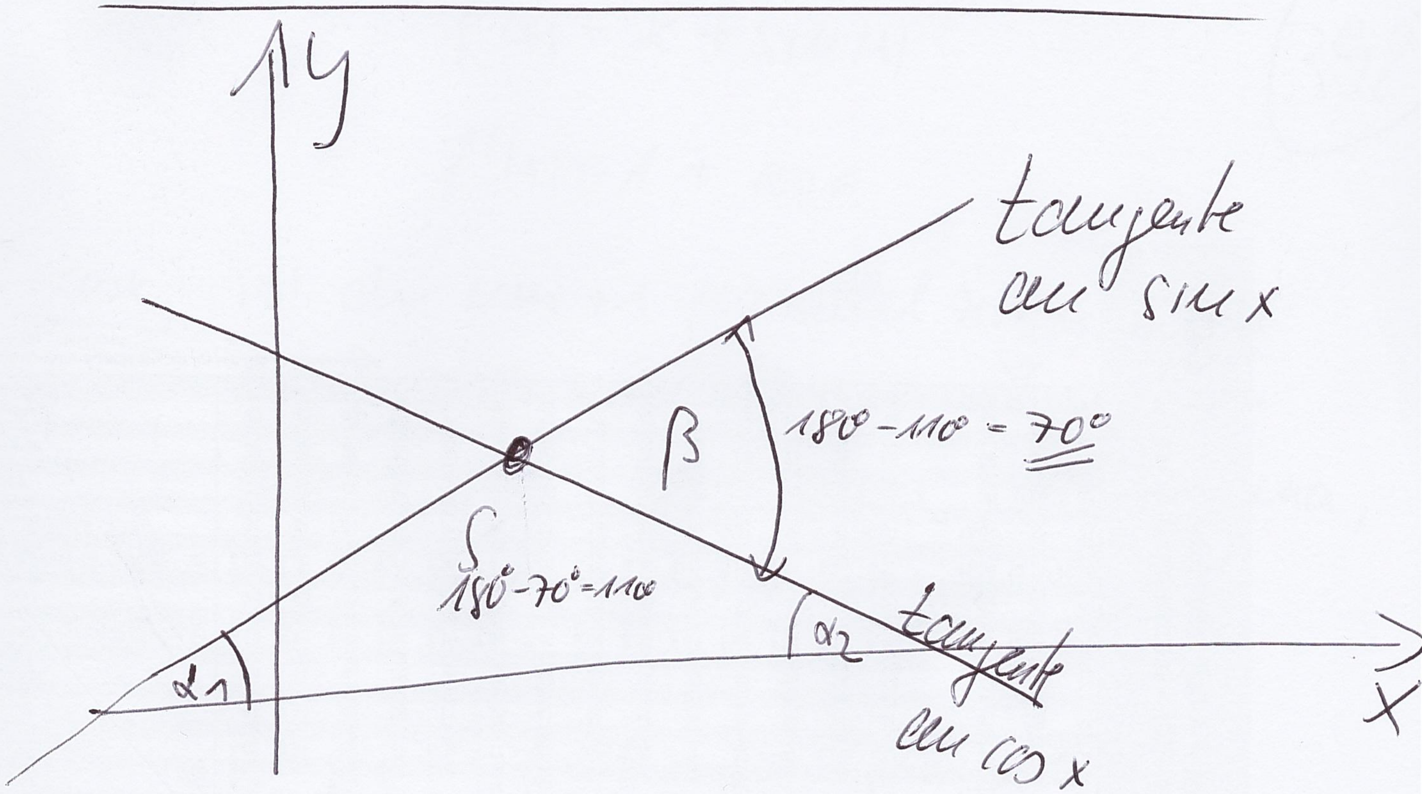


$\tan\alpha_{y_1}=0,7 \Rightarrow 0,61$

$\delta\approx(-)69,9°$ $\quad \tan\alpha_{y_2}=-0,7 \Rightarrow -0,61$

$\delta=\alpha_{y_2}-\alpha_{y_1}\approx -0,61-0,61=-1,22$ 4

Schnittwinkel Graphen 1 Schnittwinkel als Tangenten im Schnittpunkt



$\tan \alpha_1 = 0{,}7$ $\qquad$ $\tan \alpha_2 = -0{,}7$

$\alpha_1 \approx 35^\circ$ $\qquad$ $\alpha_2 \approx (-)\, 35^\circ$

$\beta = 70^\circ$ s.o.

www.raphael-bieri.ch