I Verkettung von Funktionen

1. Beispiel $\qquad f_1(x) = x^3 + 2x \qquad f_2(x) = \sqrt{x}$

Man kann bilden

$$f_1\big(f_2(x)\big) = \cancel{\Xi}^3 + 2\cdot\cancel{\Xi}$$

$$= \sqrt{x}^3 + 2\cdot\sqrt{x}$$

oder

$$f_2\big(f_1(x)\big) = \sqrt{\cancel{\Xi}}$$

$$= \sqrt{x^3 + 2x}$$

Salopp formuliert: Hat man 2 Funktionen und ersetzt in einer Funktion das „x" durch „den Funktionsterm" der anderen, so „verkettet" man 2 Funktionen etwas mathematisch

Sind $u: x \rightarrow u(x)$

$v: x \rightarrow v(x)$ zwei Funktionen, so

versteht man unter

$u \circ v: x \rightarrow u(v(x))$ <u>die Verkettung</u>

der beiden Funktionen u und v.

<u>Besonderheiten</u>

1) Diese Verkettung ist i. A. <u>nicht</u> kommutativ, also $u(v(x)) \neq v(u(x))$ i. A.

z.B $u(x) = \sin(x)$
$v(x) = \sqrt{x}$

$u(v(x)) = \sin(\sqrt{x})$

$v(u(x)) = \sqrt{\sin x}$

2) Betreffs des Definitionsbereiches der neuen (verketteten) Funktion empfiehlt sich etwas Sorgfalt

<u>Beispiel</u> $u(x) = x^2$

$v(x) = \sqrt{x-3}$

<u>Es gilt</u> $D_{u(x)} = \mathbb{R}$ $\quad W_{u(x)} = \mathbb{R}^{\geq 0}$

$D_{v(x)} = \mathbb{R}^{x-3 \geq 0}$ $\quad W(v(x)) = \mathbb{R}^{\geq 0}$

Nun ist

$$u \circ v = u(v(x)) = \underbrace{\sqrt{x-3}^{\,2}}_{\text{definiert nur für } x \geq 3!!}$$

$$= \underbrace{x-3}_{\text{nur für } x \geq 3 \text{ definiert!!}}$$

www.raphael-beare.de