Die Quotientenregel (396)

Aus „Arbeitsersparnisgründen" greift man zur Herleitung der ~~Ketten~~ Quotientenregel — $f(x)=\frac{u(x)}{v(x)}$ — zu folgendem Kunstgriff

$$f(x)=\frac{u(x)}{v(x)}=u(x)\cdot\left[v(x)\right]^{-1}$$

und benutzt nun die schon bewiesene Produkt- und Kettenregel:

$$f(x)=u(x)\cdot\left[v(x)\right]^{-1}$$

$$f'(x)=u'(x)\cdot\left[v(x)\right]^{-1}+u(x)\cdot\underbrace{(-1)\cdot\left[v(x)\right]^{-2}}_{\text{äußere Abl.}}\cdot\underbrace{v'(x)}_{\text{innere Abl.}}$$

$$=\frac{u'(x)}{v(x)}-\frac{u(x)\cdot v'(x)}{\left[v(x)\right]^{2}}$$

$$\overset{!}{=}\frac{u'(x)\cdot v(x)}{v(x)\cdot v(x)}-\frac{u(x)\cdot v'(x)}{\left[v(x)\right]^{2}}$$

$$=\frac{u'(x)\cdot v(x)-u(x)\cdot v'(x)}{\left[v(x)\right]^{2}}$$

Beispiel $f(x) = \frac{\sin x}{x^2-3x}$

$u(x) = \sin(x) \qquad u'(x) = \cos x$

$v(x) = x^2-3x \qquad v'(x) = 2x-3$

$$f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$= \frac{(\cos x)\cdot(2x^2-3x) - (\sin(x))\cdot(2x-3)}{[x^2-3x]^2}$$

NIEMALS den Nenner ausrechnen!

2. Beispiel $g(x) = \frac{2x-1}{4x+2}$

$u(x) = 2x-1 \qquad u'(x) = 2$

$v(x) = 4x+2 \qquad v'(x) = 4$

$$f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$= \frac{2\cdot(4x+2) - (2x-1)\cdot 4}{[4x+2]^2}$$

$$\overset{!}{=} \frac{8x+4-8x+4}{[4x+2]^2} = \frac{16}{[4x+2]^2}$$

NIEMALS DEN Nenner