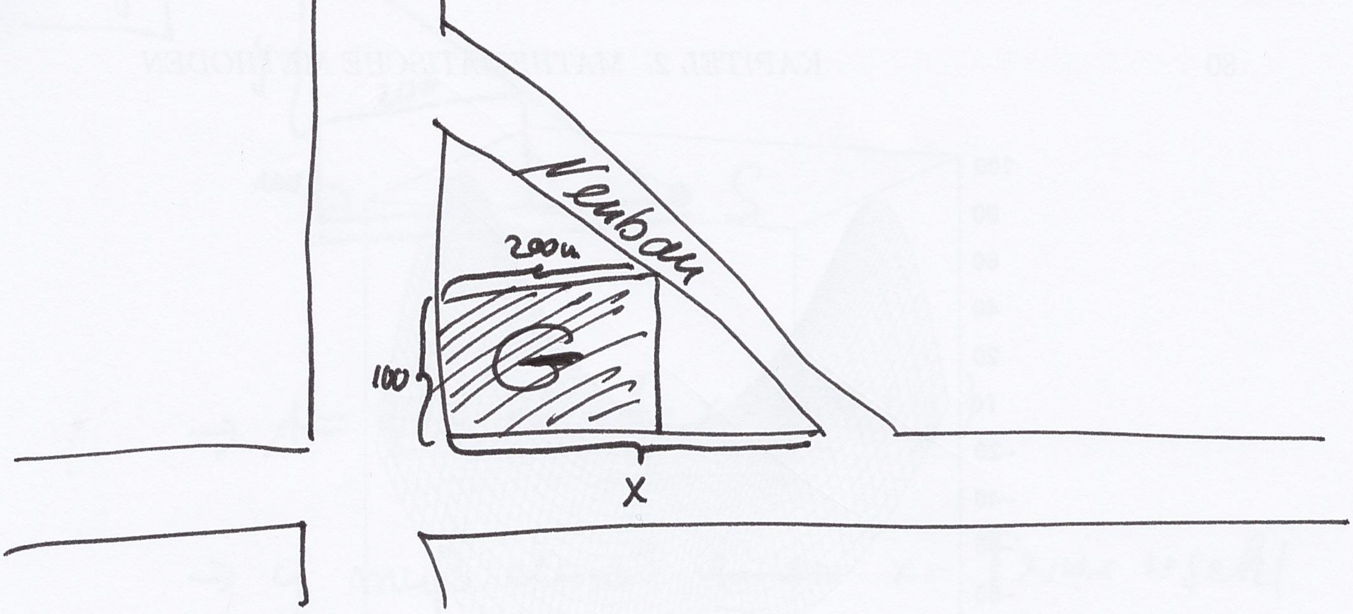
Straßenkreuzung



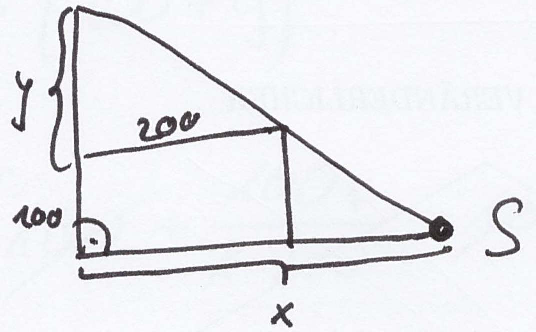
Zur Entlastung einer vielbefahrenen Kreuzung soll ein „Abzweig" [Neubau] angelegt werden.

(a) Zeige, daß die Dreiecksfläche, die das Grundstück enthält, beschrieben wird durch

$$A(x) = \frac{50x^2}{x-200} \qquad x > 200$$

(b) Wann ist $A(x)$ minimal?

Lösung



$\rightarrow A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot x \cdot (100 + y)$

$\rightarrow$ y muß durch einen x-Term ersetzt werden: man greift z.B. zu den Strahlensätzen:

ausgehend von S gilt:

$$\frac{x-200}{100} = \frac{x}{100+y}$$ Auflösung nach y

$$(x-200)(100+y) = x \cdot 100 \qquad | : (x-200) \quad x \neq 200$$

$$100 + y = \frac{100x}{x-200} \qquad | -100$$

$$y = \underbrace{\frac{100x}{x-200} - 100}$$

einsetzen in $A = \ldots$

$$A=\frac{1}{2}\cdot x\cdot(100+y)$$

$$=\frac{1}{2}x\cdot\left(\cancel{100}+\frac{100x}{x-200}-\cancel{100}\right)$$

$$=\frac{1}{2}x\cdot\frac{100x}{x-200}$$

$$=\frac{100x^2}{2(x-200)}$$

$$=\frac{50x^2}{x-200}$$

(b) $A'(x)=\frac{u'\cdot v-u\cdot v'}{v^2}$ $\quad u=50x^2 \quad u'=100x$, $\quad v=x-200 \quad v'=1$

$$=\frac{100x\cdot(x-200)-50x^2\cdot 1}{(x-200)^2}$$

$$=\frac{100x^2-20000x-50x^2}{(x-200)^2}=0$$

$$\Longleftrightarrow$$

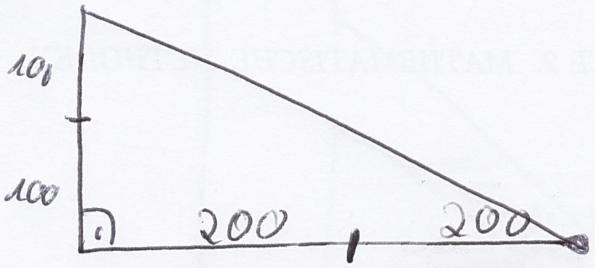
$$50x^2-20.000x=0$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$50x(x-4000)=0 \qquad x=0 \text{ scheidet aus}$$

$$\underline{\underline{x=400}}$$

Interpretation im Sachzusammenhang



$$\text{mit } y = \frac{100 \cdot 400}{400-200} - 100$$

$$= \frac{40{,}000}{200} - 100 = 100$$

Alle Unterlagen auf

www.raphael-brere.de